PERÚ | Ministerio de Educación | Secretaría de Planificación Estratégica | Unidad de Medición de la Calidad Educativa

Evaluación Censal de Estudiantes 2008
Segundo grado de primaria

Guía de análisis de la prueba de Matemática

ECE-2008

.: Nombre de la Institución Educativa:

.: Código modular: Tipo de gestión:

.: Dirección:

.: Característica de la Institución Educativa:

.: Región/ Provincia/ Distrito/ Centro poblado:

CONTENIDO Pág.

Estimada o estimado docente:

La Evaluación Censal 2008 (ECE-2008) aplicada a los estudiantes de segundo grado de primaria, brinda información importante acerca de los logros de aprendizaje de cada estudiante evaluado así como de todos los estudiantes en su conjunto. El análisis de esta información le ayudará a tomar decisiones oportunas para mejorar los logros obtenidos por los estudiantes.

El propósito de esta guía es orientarlo en el análisis de la prueba de Matemática, con el fin de que usted se reúna con otros docentes para reflexionar sobre los resultados, trabajar las propuestas presentadas, discutirlas e incorporarlas en su práctica pedagógica con el fin de lograr un mejor desempeño de sus estudiantes en el área de Matemática.

SI USTED TIENE ALGUNA PREGUNTA, SUGERENCIA O COMENTARIO SOBRE ESTE INFORME,
CON MUCHO GUSTO LO ATENDEREMOS EN:
Calle del Comercio s/n, San Borja. Sede del Museo de la Nación
✉ medicion@minedu.gob.pe
☎ (01) 615-5840

1. ¿En qué se sustenta la prueba de Matemática?

La prueba de Matemática fue elaborada de acuerdo con el Diseño Curricular Nacional (DCN) vigente el 2008, a partir de las capacidades y logros de aprendizaje requeridos para el final del tercer ciclo[1] .

Se evaluó el componente de Números, relaciones y funciones[2], considerando el desarrollo cognitivo de los estudiantes, quienes en segundo grado de primaria deberían haber consolidado aprendizajes fundamentales relacionados con la noción de número, la numeración y la estructura aditiva de los números naturales (estructura conformada por la adición y sustracción, sus propiedades y los problemas asociados a ella).

2. ¿Cuál fue el objetivo de la ECE-2008 en el área de Matemática?

La ECE-2008 permite conocer el **Nivel de logro** en que se encuentra cada uno de los estudiantes de segundo grado de primaria de nuestro país, con relación a la comprensión de los números, sus representaciones, las operaciones aritméticas y la aplicación de estos conceptos para resolver diversos problemas.

3. ¿Cómo está organizada la prueba de Matemática?

La prueba tuvo cuarenta y dos preguntas de distintos grados de dificultad, distribuidas en dos cuadernillos. Estas preguntas se refieren a tres bloques: cálculo de sumas y restas, sistema de numeración decimal y problemas de suma y resta.

Cada pregunta está conformada por:

- un enunciado con información suficiente para responder a la pregunta
- tres alternativas de respuesta (una de ellas es la respuesta correcta y las otras son distractores referidos a errores en los que probablemente podrían incurrir los estudiantes).

Por ejemplo:

7. A Rosario le dieron un cuaderno con 48 páginas. Hasta ahora ha utilizado 25 páginas. ¿Cuántas páginas quedan aún sin usar?

Enunciado

Alternativas de respuesta

a 23 ← *Respuesta correcta*

b 25 ← *Este distractor se refiere al uso del último número en el enunciado*

c 73 ← *Este distractor se refiere a la suma de los datos del enunciado*

---

[1] Ver página 125 del DCN: "*...al final del segundo grado los estudiantes lograrán: Resolver problemas para cuya solución se requiere aplicar estrategias y conceptos de las operaciones de adición y sustracción de números naturales. Apreciar la utilidad de los números en la vida diaria, demostrar confianza en sus propias capacidades y perseverancia en la búsqueda de soluciones".*

[2] Este componente equivale a Número, relaciones y operaciones en el DCN vigente en el 2009.

La prueba consideró preguntas con énfasis en diversos procesos, por ejemplo:

15. En un árbol hay 23 naranjas.
12 están maduras y el resto están verdes.
¿Cuántas naranjas están verdes?

- **a** 35
- **b** 12
- **c** 11

En este caso la pregunta alude a un problema por lo que el énfasis se encuentra en el proceso transversal de **Resolución de problemas.**

Un buen desempeño en matemática está principalmente asociado con la capacidad de resolver problemas, ya que por medio de ellos se introducen conceptos nuevos, se aplican los ya aprendidos o se integran diversos conocimientos.

Los estudiantes que son capaces de resolver problemas tienen más confianza en sus posibilidades de hacer matemática, son más autónomos y creativos, comprenden mejor los conceptos y pueden utilizarlos en otras situaciones.

2. ¿Qué número sigue en la secuencia?

47 45 43 41 __

- **a** 39
- **b** 40
- **c** 42

Esta pregunta alude al reconocimiento de un patrón y su uso parar dar respuesta a una pregunta; por ello, la pregunta tiene énfasis en el proceso transversal de **Razonamiento y demostración**.

Desde los primeros grados, los estudiantes desarrollan sus habilidades de razonamiento al formular y analizar conjeturas, o al justificar sus apreciaciones. El razonamiento es una parte integrante del quehacer matemático y está en la base de las otras capacidades.

5. El número 406 es igual a :

- **a** 4 centenas y 6 unidades.
- **b** 4 centenas y 6 decenas.
- **c** 4 decenas y 6 unidades.

Esta pregunta alude al traspaso de una representación a otra por lo que el énfasis se encuentra en el proceso transversal de **Comunicación matemática**.

En la actualidad, las publicaciones de carácter masivo —como periódicos, revistas o folletos publicitarios— incluyen mapas, planos, gráficos de barras, tablas de posición y otros gráficos de tipo matemático pues organizan, sintetizan y permiten una visión global de la información.

El proceso de comunicación ayuda a construir significados, nuevas nociones y a hacer públicas las propias.

En esta prueba también se incluyeron preguntas de aplicación de algoritmos (cálculos de adiciones y sustracciones), dado que diferentes evaluaciones e investigaciones muestran evidencias de un trabajo en aula principalmente centrado en los cálculos aritméticos.

4. ¿Cómo se agrupan los estudiantes según sus logros en la prueba?

Las pruebas de la ECE - 2008 nos permiten conocer qué logran comprender los estudiantes de segundo grado en el componente Número, relaciones y funciones del área de Matemática.

Para identificar qué saben y qué son capaces de lograr los estudiantes, estos se han agrupado, según sus respuestas en la prueba, en niveles de logro:

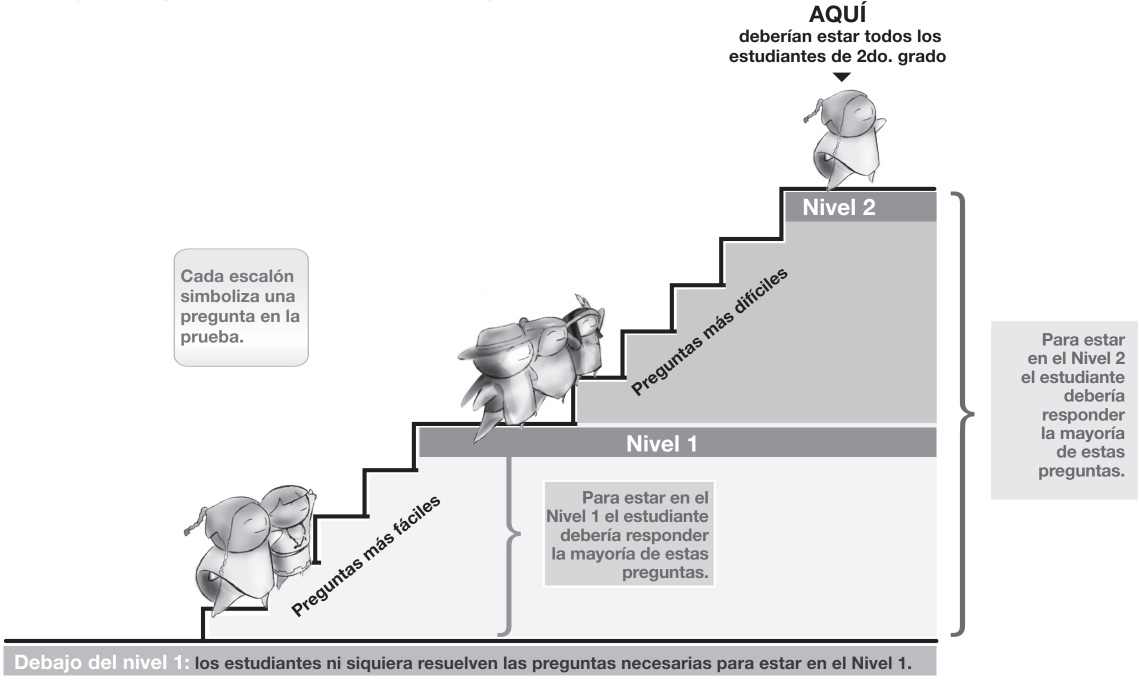
Nivel 2: En este nivel se encuentran los estudiantes que han desarrollado las capacidades matemáticas que deberían tener a final del grado. Son los que han respondido correctamente casi todas las preguntas de la prueba. **En este nivel deberían estar todos los estudiantes al finalizar el segundo grado**.

Nivel 1: Aquí se encuentran los que aún no han logrado desarrollar las capacidades esperadas para el grado. Solo han podido responder la mayoría de las preguntas más fáciles de la prueba.

Debajo del nivel 1: Aquí se ubican los estudiantes que ni siquiera resuelven las preguntas necesarias para estar en el Nivel 1.

Los niveles se pueden simbolizar mediante una escalera en la que cada escalón constituye una pregunta. Subir un escalon equivaldría a responder correctamente una pregunta.

El siguiente gráfico ilustra los niveles de logro:



Si un estudiante logra llegar al último escalón, es muy probable que haya recorrido todos los escalones inferiores. Esto quiere decir que si un estudiante ha logrado responder una pregunta difícil, es probable que también haya podido responder las preguntas más fáciles.

En conclusión:

- Los estudiantes que han logrado subir **casi todos** los escalones han llegado al **Nivel 2**.
- Los estudiantes que han logrado subir la mayoría de escalones que representan las preguntas más fáciles están en el **Nivel 1**.
  Como podemos apreciar, el **Nivel 1 no es todavía lo que se espera para el grado**.
- Los estudiantes que no lograron subir todos los escalones necesarios para estar en el Nivel 1, se encuentran **Debajo del nivel 1**.

5. ¿Qué pueden hacer los estudiantes en cada nivel de logro?

El siguiente esquema describe lo que los estudiantes pueden hacer en cada nivel de logro. Note que el Nivel 2 incluye al Nivel 1:

NIVEL 2

Además de lo considerado en el Nivel 1, los estudiantes ubicados en este nivel pueden:

- establecer relaciones de equivalencia entre distintas formas de representar los números,
- identificar el valor de posición de un dígito en un número,
- leer e interpretar gráficos y cuadros numéricos diversos,
- resolver problemas de adición y sustracción de hasta tres etapas, que requieren seleccionar datos útiles, o integrar conjuntos de datos desde cuadros, listas, tarifas, etc.

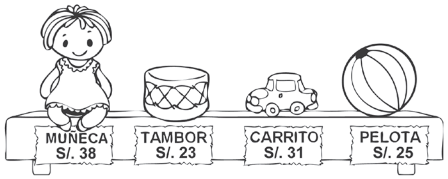
Estos estudiantes pueden razonar con problemas no rutinarios, es decir problemas para los cuales la regla o procedimiento de solución no es evidente. Además pueden desarrollar estrategias personales, utilizar representaciones no convencionales de los números.

Ejemplos de preguntas del Nivel 2

14. Marcos tiene 15 carritos y 17 motos. Si pierde 8 carritos, ¿cuántos carritos le quedarán?

☒ 7
b 23
c 40

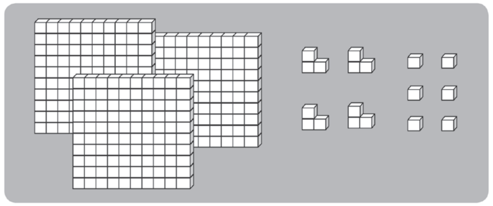
15. Lisa tiene 14 soles y quiere comprar el juguete más barato. ¿Cuántos soles le faltan para poder comprarlo?



a 37
b 23
☒ 9

6. Un  tiene 100 cubitos.

¿Cuántos cubitos hay en este dibujo?



a 310
☒ 318
c 346

NIVEL 1

Los estudiantes ubicados en este nivel pueden:

- realizar adiciones y sustracciones con números de hasta dos dígitos,
- establecer relaciones de orden entre números de dos dígitos,
- identificar patrones numéricos sencillos,
- leer e interpretar gráficos y cuadros numéricos sencillos.

Estos estudiantes pueden seguir instrucciones paso a paso, resolver ejercicios directos de contexto puramente matemático o problemas rutinarios de contexto real, es decir problemas en los que la regla o procedimiento de solución es evidente, o es comúnmente trabajado en aula.

Ejemplos de preguntas del Nivel 1

4. ¿Qué número sigue en la secuencia?

23 29 35 41 ___

a 42
b 43
☒ 47

5. La suma de 36 y 78 es:

a 24
☒ 114
c 104

3. Observa las siguientes figuras y responde: ¿Quién tiene mayor número en su camiseta?

a 

b 

☒ 

DEBAJO DEL NIVEL 1:
Sus estudiantes no responden las preguntas necesarias para estar en el Nivel 1.

6. ¿Qué resultados han obtenido los estudiantes en la prueba de Matemática?

A continuación, presentamos los resultados obtenidos por los estudiantes en la prueba de Matemática. Estos resultados muestran el porcentaje de estudiantes en cada nivel de logro (Nivel 2, Nivel 1 y grupo por Debajo del nivel 1).

Es necesario que analicemos estos resultados para tomar decisiones pertinentes que apunten al desarrollo de las capacidades matemáticas.

Resultados de su Institución Educativa

A continuación presentamos los resultados de los estudiantes de su IE en la prueba de Matemática.

TABLA 1: RESULTADOS GENERALES DE SU IE
PRUEBA DE MATEMÁTICA

Analicemos
¿En qué nivel se encuentra la mayor parte de sus estudiantes?

	Total de estudiantes
Nivel 2	
Nivel 1	
Debajo del nivel 1	
Total	

Si tiene estudiantes ubicados en el Nivel 1 y por Debajo del nivel 1, deberá darles mayor acompañamiento porque todavía no han logrado aprender lo necesario para el grado.

Reúnase con el director de su Institución Educativa y solicite el documento que presenta los resultados de los estudiantes en la escuela. Reflexionen en torno a dichos hallazgos y desarrolle estrategias pedagógicas para mejorar el aprendizaje de sus estudiantes.

TABLA 2: RESULTADOS DE SU IE POR SECCIÓN

Analicemos:
¿Qué secciones tienen mayor cantidad de estudiantes en el Nivel 2?

¿Qué secciones tienen mayor cantidad de estudiantes en el Nivel 1 y Debajo del nivel 1?

	Sección									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nivel 2										
Nivel 1										
Debajo del nivel 1										
Total										

Resultados de los estudiantes del país

A continuación, le presentamos los resultados de su región y de los estudiantes a escala nacional, de tal manera que puedan comparar los resultados de su escuela con otras IE de características similares (IE estatales/ no estatales; y polidocente completas/ multigrado y unidocente). El análisis de estos resultados nos permitirá establecer metas concretas, realistas y objetivas para la mejora de la calidad educativa en el aula y en la escuela.

TABLA 3: RESULTADOS DE LOS ESTUDIANTES EN LA REGIÓN, SEGÚN ESTRATOS PRUEBA DE MATEMÁTICA

¿En qué nivel se encuentran las escuelas de su región con características similares a la suya?

	Total de estudiantes	Tipo de gestión		Característica	
		Estatal	No estatal	Polidocente	Unidocente/ Multigrado
	%	%	%	%	%
Nivel 2					
Nivel 1					
Debajo del nivel 1					
Total					

TABLA 4: RESULTADOS DE LOS ESTUDIANTES A ESCALA NACIONAL, SEGÚN ESTRATOS PRUEBA DE MATEMÁTICA

¿En qué nivel se encuentran las escuelas del país con características similares a la suya?

	Total de estudiantes	Tipo de gestión		Característica	
		Estatal	No estatal	Polidocente	Unidocente/ Multigrado
	%	%	%	%	%
Nivel 2	9,4	8,0	15,3	10,4	6,8
Nivel 1	35,9	33,8	44,5	39,2	27,9
Debajo del nivel 1	54,7	58,2	40,2	50,4	65,3
Total	100	100	100	100	100

A partir de la información mostrada en el tabla 4, se observa que solo 9,4 % de estudiantes se encuentran en el Nivel 2. Esto significa que el 90,6 % tiene dificultades para, resolver problemas para los cuales se requiere razonar o desarrollar estrategias propias; utilizar diversos significados para las operaciones; así como utilizar representaciones no convencionales de los números y comprender cabalmente el sistema de decenas y unidades.

Los resultados de la ECE-2008 se pueden comparar con los resultados de la ECE-2007 y los resultados de futuras evaluaciones censales. Esto permitirá tener evidencias objetivas acerca de los logros de aprendizaje de los estudiantes de segundo grado a lo largo del tiempo.

7. ¿Qué preguntas se propusieron para evaluar a los estudiantes?

Tenga a mano los dos cuadernillos de la prueba para que pueda analizar cada una de las preguntas.

A continuación se presenta la descripción y el análisis de algunas de las preguntas que conformaron esta prueba, así como recomendaciones que podrá aplicar en el aula.

Las preguntas están organizadas en tres bloques: cálculo de sumas y restas, sistema de numeración decimal y problemas aritméticos de suma o resta.

7.1. PREGUNTAS SOBRE CÁLCULO DE SUMAS Y RESTAS

El uso de algoritmos se evaluó mediante sumas de hasta cinco sumandos menores que cien, restas de dos números de menores que cien, con o sin canjes.

Los estudiantes podían responder estas preguntas calculando mentalmente, mediante los algoritmos convencionales, o con métodos propios. Así mismo en el caso de números pequeños, los estudiantes podrían haber utilizando sus dedos o gráficos que simbolicen los números.

Analizaremos ahora algunas de las preguntas propuestas en este bloque.

CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 5

Nivel de logro: 1

5. La suma de 36 y 78 es:

a 24
☒ 114
c 104

En este caso la operación se presenta en forma verbal. El estudiante tiene la oportunidad de decidir entre diversas estrategias la que considera más conveniente, por ejemplo:

Reconocer al 78 como 80 – 2 es una buena forma de simplificar el ejercicio. El desarrollo podía ser así: 36 + 80 = 116, luego 116 - 2 = 114. Por tanto 36 + 78 = 114.

CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 7

Nivel de logro: 1

7. Resuelve

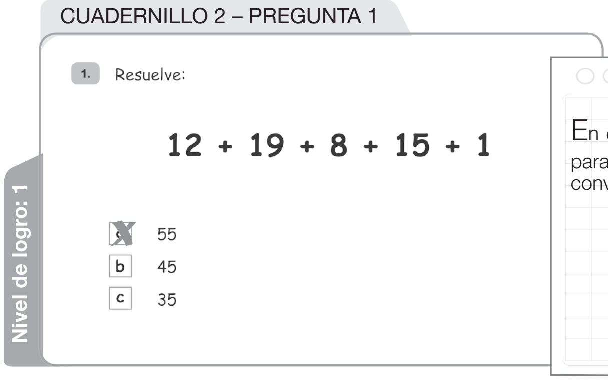
$$\begin{array}{r} 496\ + \\ 83 \\ \hline \end{array}$$

a 479
☒ 579
c 4179

La forma como se presenta la pregunta nos invita a operar utilizando el algoritmo tradicional. Otra alternativa sería descomponer el 496 en 500-4. Entonces la suma puede realizarse así:

500 + 83 = 583
Luego: 583 - 4 = 579
Por tanto: 496 + 83 = 579

CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 1



Nivel de logro: 1

1. Resuelve:

12 + 19 + 8 + 15 + 1

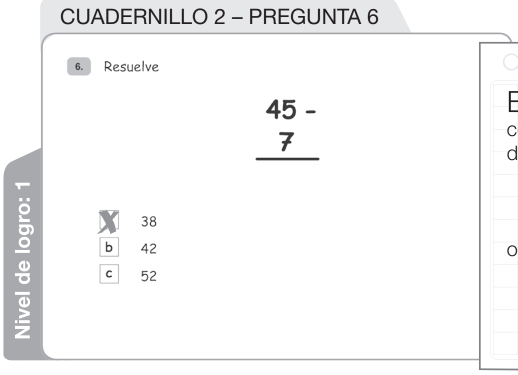
☒ 55
b 45
c 35

En este caso, es posible utilizar la adición en columna para hallar el resultado. Otra posibilidad es agrupar convenientemente los sumandos, como por ejemplo:

12 + 19 + 8 +15 +1

20 + 15 + 20 = 55

CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 6



Nivel de logro: 1

6. Resuelve

45 -
7

☒ 38
b 42
c 52

En este caso, es posible utilizar el algoritmo convencional con un canje, o en su lugar usar descomposiciones como:

45 - 5 = 40 y luego 40 - 2 = 38

o también:

45 -10 = 35 y luego 35 + 3 = 38

En general, se observa que para realizar los cálculos de sumas y restas pueden utilizarse los algoritmos tradicionales o métodos basados en las propiedades.

Veamos algunos ejemplos de posibles simplificaciones en los cálculos que los niños pueden realizar:

Reordenaciones

3 + 9 En este caso conviene reordenar los sumandos, pues partir de 3 y agregar 9 es más difícil que agregar 3 a 9; esto puede hacerse ahora hasta contando: 10; 11; 12. Luego, 9 + 3 = 12
Es la misma estrategia que se podría usar al sumar 5 + 23; 6 + 43; 6 + 29, entre otras sumas.

Agrupaciones

3 + 14 + 7 + 2 En este caso conviene buscar parejas que sumen decenas completas.

$$3 + 14 + 7 + 2 = 10 + 16 = 26$$

24 + 7 + 16 + 23 + 6 Análogamente buscamos parejas que sumen decenas completas.

$$24 + 7 + 16 + 23 + 6 = 30 + 30 + 16 = 76$$

Descomposiciones

Restar 85 - 9 En este caso se puede hacer en dos tiempos: 85 – 5 = 80, y luego 80 – 4 = 76.

Sumar 48 + 36 = 40 + 8 + 30 + 6 = 40 + 30 + 8 + 6 = 70 + 14 = 70 + 10 + 4 = 80 + 4.

Sumar 24 + 39 Primero se halla 24 + 40 = 64, y luego 64 – 1 = 63.

Esto implica una comprensión elemental del sistema de numeración decimal, pues se tiene que realizar descomposiciones en decenas y unidades para realizar las reagrupaciones convenientes.

¿A qué se debe la dificultad de estas preguntas?

La dificultad para responder las preguntas de cálculo de sumas y restas está asociada al nivel de comprensión del sistema de numeración decimal, pues la lógica de los algoritmos tradicionales de las adiciones y sustracciones se basa en canjes de unidades de orden. Esto implica que aquellos cálculos en los que intervenga el proceso de transformación de unidades serán más complejos, que aquellos en los que esta transformación no es necesaria.

Los cálculos más sencillos son los que se pueden resolver a partir del recuerdo de hechos; por ejemplo, restas o sumas de números de una cifra, que frecuentemente son aprendidos por repetición.

Otra estructura que resulta sencilla para los estudiantes es la suma y resta de números de dos cifras sin canjes. Los cálculos más complejos para los estudiantes son las adiciones y sustracciones con canjes, siendo esta última la de mayor dificultad.

> Un estudiante puede realizar correctamente la siguiente operación:
>
> 34+
> 53
>
> Lo que no necesariamente significa que comprenda realmente la lógica del algoritmo tradicional, pues es posible llegar a la respuesta sumando columnas aisladas.

En general, adiciones que incluyen más de dos sumandos o están presentadas en formato horizontal, suelen ser más difíciles que las de dos sumandos o las presentadas en forma vertical. Estos hallazgos coinciden con los de la Evaluación Censal 2007 y con la prueba de segundo grado de la Evaluación Nacional 2004[3] .

¿Cuáles son las dificultades encontradas en los estudiantes?

1. Es muy usual encontrar estudiantes que usan mecánicamente los algoritmos típicos, por ejemplo que suman o restan las cifras columna por columna, obviando el significado del dígito en cada número. Los estudiantes no comprenden que el valor de un dígito depende de su posición y trabajan como si se tratara de un sistema de solo unidades.

$$\begin{array}{r} 38+ \\ \underline{54} \\ 812 \end{array}$$

En este ejemplo el niño suma por columnas. Primero suma 8 + 4 = 12. Luego agrega el resultado de sumar 3 + 5 = 8

2. Los estudiantes pueden trabajar con números de dos o tres cifras pero usan mentalmente solo un sistema de unidades. Por ejemplo, consideran el 25 como 25 unidades aisladas pero no comprenden que también representa 2 grupos de una unidad de decena y 5 unidades aisladas.

RECOMENDACIONES - CÁLCULO DE SUMAS Y RESTAS

UTILICE DIVERSOS ALGORITMOS

Los algoritmos en columna no son los únicos que existen, ni son una meta de aprendizaje en sí misma. Los cálculos aritméticos pueden ser resueltos mediante varios métodos distintos de los típicos. Es conveniente el empleo de diversos métodos de cálculo pues así se utilizan las propiedades de la adición y sustracción. Además permite consolidar la comprensión del sistema de numeración decimal de posición.

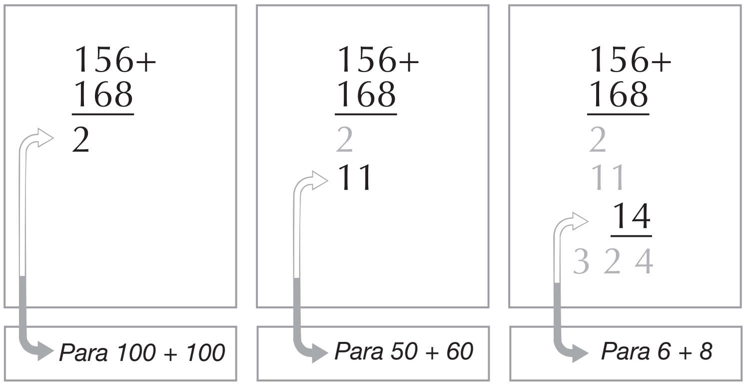
---

[3] Ver Informe Pedagógico de Resultados de la Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil. Formación matemática. Segundo grado de primaria. Página web: http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/en2004/MatematicaP2_6.pdf

Un ejemplo de algoritmo no convencional es el algoritmo inverso, veamos:

Resuelve: $156 + 168$

Esta suma puede ser hallada sumando columnas de izquierda a derecha, si no se pierde de vista el significado de cada dígito en el número.



PERMITA QUE LOS ESTUDIANTES CREEN SUS PROPIOS MÉTODOS.

Los primeros métodos de cálculo que pueden crear los niños pueden ser poco eficientes; sin embargo, esto les genera confianza y eleva su autoestima. Por ello es conveniente dejar que los niños empleen diversos métodos. El profesor luego puede introducir los algoritmos tradicionales.

Cuando los estudiantes crean sus propios métodos para calcular, fortalecen y amplían su comprensión del sistema de numeración.

> *La enseñanza de los algoritmos típicos sin un proceso previo de reflexión y de comprensión, lleva a la automatización y la mecanización de procesos.*

Cuentan que cuando Gauss tenía 8 años, su profesor dejó un trabajo para que los niños estuviesen entretenidos. La tarea era sumar los números desde el 1 hasta el 100. Pasaron solo unos minutos cuando el niño Gauss se levantó y dijo que había terminado. El docente no le creyó, pero al ver la respuesta y sus razonamientos no tuvo más remedio que aceptar la respuesta de Gauss.

¿Cómo logró Gauss sumar en tan poco tiempo los números desde el 1 al 100? De hecho no tenía una fórmula, pero pudo organizarse y ver patrones que para la mayoría no eran evidentes. ¿Los puedes ver?

Karl Frederich Gauss
El príncipe de la Matemática

TRABAJE ESTIMACIONES Y CÁLCULOS APROXIMADOS.

La capacidad de realizar estimaciones es una herramienta fundamental en nuestra vida cotidiana. En muchas situaciones reales no necesitamos los resultados exactos de una operación, pero sí una aproximación a ella; tal es el caso del monto de una compra en el quiosco, el ahorro semanal de propinas, el vuelto de una compra, el tiempo de duración de diversas actividades. Por ello, es necesario desarrollar esta capacidad sistemáticamente en la escuela.

En el caso de la prueba algunas preguntas también podrían responderse sin necesidad de realizar los cálculos exactos, tan solo estimando:

Resuelve 75 + 98:

a. 29	*Esta alternativa no puede ser la respuesta. La suma tiene que ser mayor que 100, pues uno de los sumandos es 98.*
b. 1613	*Esta alternativa no puede ser la respuesta. La suma tiene que ser menor que 200, pues los dos sumandos son menores que 100.*
c. 173	*Esta debe ser la respuesta, ya que se puede estimar que la suma se encuentra alrededor de 170.*

Una estrategia en el aula es que el docente pida a los estudiantes que estimen su respuesta antes de hallar el resultado de la operación. Luego, que apliquen algún método para hallar el resultado y que, finalmente, comprueben si su estimación está próxima al resultado exacto.

Lee la lista de precios y responde. ¿Cuánto cuestan 3 lomos y 5 limonadas?

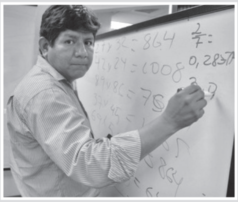
FERIA REGIONAL
EL CUY DEL CENTRO

Sopa de morón	S/. 3
Picante	S/. 5
Lomo	S/. 9
Chanfainita	S/. 3
Estofado	S/. 8
Limonada	S/. 1
Naranjada	S/. 2

En este caso es posible dar al niño diversas repuestas para que estime si son razonables o no, por ejemplo 80 soles, no es una respuesta razonable.

ESTIMULE SISTEMÁTICAMENTE EL CÁLCULO MENTAL.

El uso de diversas estrategias de cálculo mental desarrolla en el estudiante creatividad, flexibilidad de pensamiento y confianza en sus potencialidades. Calcular mentalmente le permite crear métodos propios, como por ejemplo usar descomposiciones y reagrupaciones convenientes que simplifiquen su cálculo. Usted debería iniciar con sus alumnos un programa de cálculo mental, puede tomarse treinta minutos a la semana para ejercitar con sus niños diversas estrategias de cálculo mental. Con niños de segundo grado, es posible llegar a realizar mentalmente sumas y restas con resultados menores que 50.



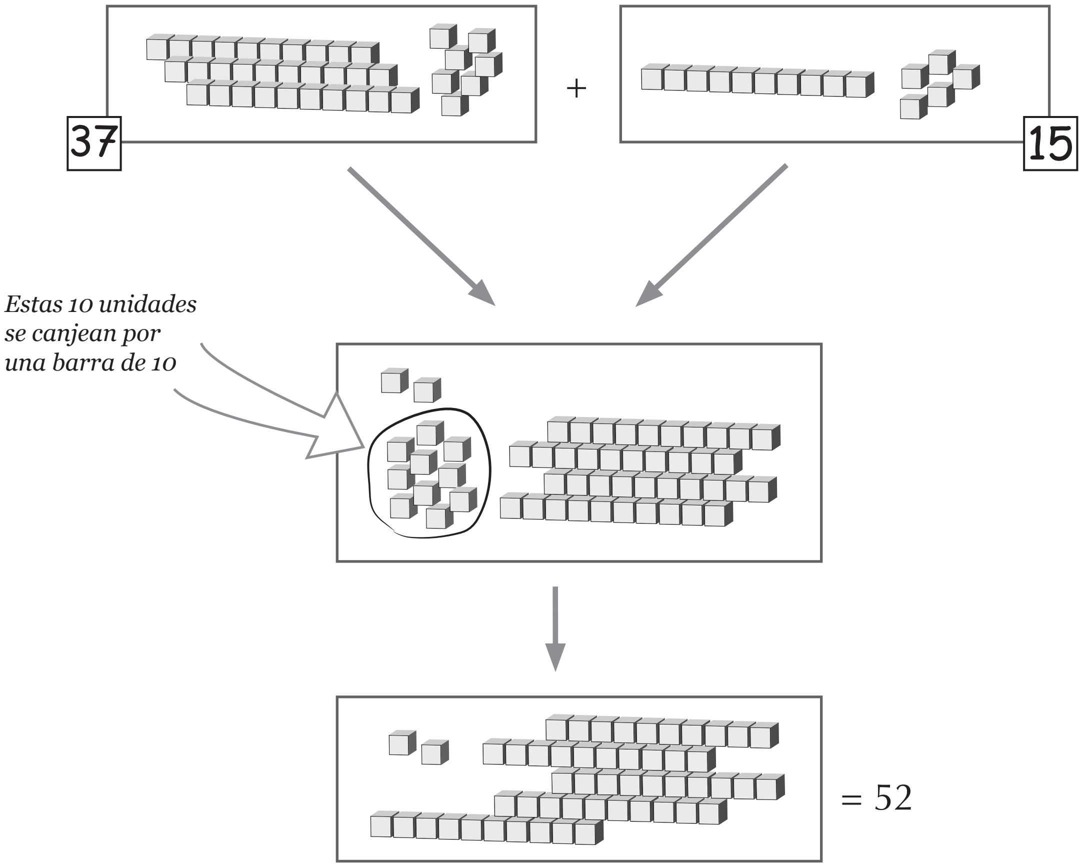
El piurano Arturo Mendoza es capaz de realizar mentalmente la suma de diez números de diez dígitos en poco menos de cinco minutos.

UTILICE MATERIAL CONCRETO.

El uso sistemático de materiales concretos tales como el material base diez, las regletas, la yupana y el ábaco, entre otros, permiten visualizar conceptos y facilita la comprensión del sistema decimal de numeración y las nociones básicas de adición y sustracción. Por ejemplo, mediante el material de base diez, el estudiante puede vivenciar los canjes entre unidades y decenas ("cubitos" y "barras"), o decenas y centenas ("barras" y "placas"), pueden observar la lógica de los algoritmos y compartir sus experiencias con otros niños.

En ese sentido, al sumar cantidades como 37 + 15 con ayuda del material concreto, nos permitirá realizar canjes y comprender el sentido de estos. Observe el siguiente diagrama:

$$37 + 15 =$$



En la siguiente página, le presentamos una actividad que puede realizar en su sesión de clase:

¿Qué queremos lograr?

Que los estudiantes conozcan, utilicen y puedan elegir diversas estrategias de cálculo de adiciones y sustracciones de tal manera que facilite su cálculo mental o el desarrollo de la operación y que no consideren como único recurso el algoritmo tradicional.

Previo a la actividad (tiempo: 15 min)

- Se presenta a los estudiantes la ficha "Un resultado, muchos caminos".
- Se les pide que estimen las sumas sin realizar las operaciones, que anoten y comparen sus respuestas.

Durante la actividad (tiempo: 60 min)

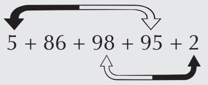
- Luego se les pide que realicen todos los cálculos usando el método que deseen.
- Seguidamente, haga que los niños expliquen o muestren sus cálculos en la pizarra. Si hubiesen errores, los corrige. Si los niños utilizan como estrategia principal el algoritmo tradicional, resuelva nuevamente en la pizarra los siguientes ejercicios:

a. 4 + 68 **Reordenemos**

En este caso uno de los sumandos es un número pequeño, por tanto es más conveniente que al número mayor le adicionemos la menor cantidad: 4 + 68 = 68 + 4. Este cálculo se puede hacer ahora por conteo: 69; 70; 71; 72.
Entonces tenemos que 4 + 68 es 72.

b. 5 + 86 + 98 + 95 + 2 **Agrupemos**

Como tenemos varios sumandos podemos agruparlos de tal manera que la suma resulte más sencilla. Una posibilidad es:



5 + 86 + 98 + 95 + 2

100 + 86 + 100 = 286

c. 65 + 98 **Descomponemos**

En este caso podemos descomponer el 98 en función a una centena (98 = 100 – 2). Así podemos realizar la operación en dos tiempos:
65 + 100= 165, y luego 165 – 2 = 163
Entonces 65 + 98 = 163

- Enfatice el uso de diversas estrategias para resolver cálculos de sumas y restas y deje en claro que estas no son las únicas, que cada uno de ellos puede idear sus propios caminos de resolución.
- Organice a sus estudiantes en parejas e invítelos nuevamente para que resuelvan los ejercicios d, e, f, g y h sin usar el algoritmo tradicional.
- Que los estudiantes expliquen nuevamente las diversas estrategias utilizadas en cada uno de los ejercicios. Haga que comparen sus resultados con las estimaciones iniciales, analicen qué tan cercanos estaban a la respuesta correcta y que justifiquen el por qué de su estimación.
- Continúe con el trabajo en pareja y pídales que resuelvan la ficha "Decide tu camino" sin utilizar el algoritmo convencional. Finalmente haga que expliquen y comparen sus estrategias.

Un resultado, muchos caminos

a. 4 + 68

b. 5 + 86 +98 + 95 + 2

c. 65 + 98

d. 327 + 500

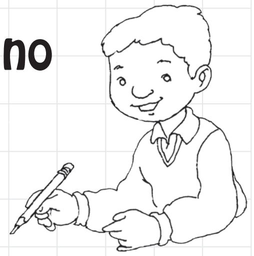
e. 297 + 69 + 98

f. 203 + 69 + 302

g. 87 – 30

h. 60 – 58

Decide tu camino



1. 56 + 37
2. 159 + 33
3. 86 – 1
4. 786 – 386
5. 245 + 58
6. 48 + 199
7. 81 – 79
8. 526 – 300
9. 38 + 99 + 200
10. 298 + 399 + 46
11. 124 + 2 + 195 +298 + 5

Algunos comentarios adicionales

Luego del desarrollo de esta actividad debe quedar claro para los estudiantes que además de los algoritmos tradicionales para calcular sumas y restas, también existen otras estrategias a las que podemos recurrir para resolver los mismos cálculos. Dichas estrategias, inicialmente nos pueden parecer más complejas que aplicar directamente el algoritmo, sin embargo, luego de un poco de práctica dichas estrategias nos permitirán realizar nuestros cálculos, estimar y realizar cálculos mentales, de manera eficiente y sencilla. Por otro lado, debe quedar claro que no hay una regla para identificar la estrategia correcta, cada estudiantes debe elegir sus propias estrategias para optimizar sus cálculos.

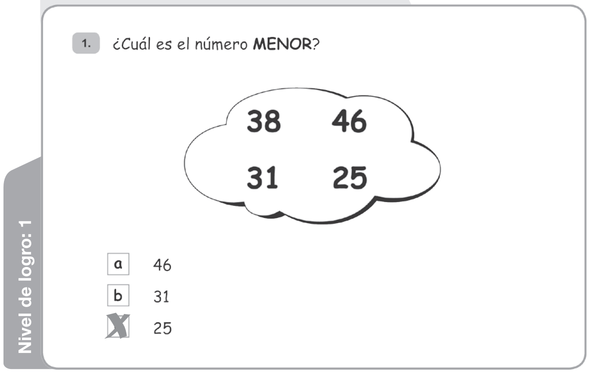
7.2. PREGUNTAS SOBRE SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

La comprensión del sistema de numeración decimal se evaluó mediante preguntas que indagan si los estudiantes son capaces de:

- identificar el mayor o menor número en un conjunto de hasta cuatro números,
- identificar números mayores o menores que un número dado, en un conjunto de hasta cuatro números en contexto,
- transformar números de una unidad de orden a otra,
- identificar la equivalencia entre unidades de orden,
- identificar diversas descomposiciones de un número en decenas y unidades,
- interpretar el valor de posición de los dígitos en un número de dos cifras,
- transformar desde un tipo de descomposición decimal a la notación usual, y
- resolver problemas de agrupación y canje.

Comentaremos algunas de las preguntas.

CUADERNILLO 1 - PREGUNTA 1



Nivel de logro: 1

1. ¿Cuál es el número **MENOR**?

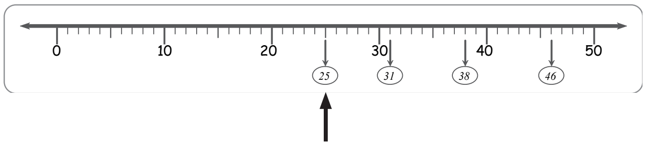
38 46
31 25

a 46
b 31
☒ 25

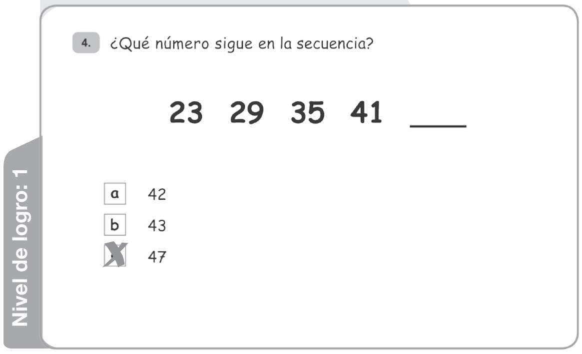
Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para establecer relaciones de orden en un grupo de cuatro números naturales de dos dígitos. Para responderla, el estudiante debe comparar las cantidades presentadas e identificar al número menor del grupo.

El estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

- Comparar parejas de números y seleccionar en cada comparación al número menor.
- Utilizar el orden natural de conteo para concluir que 25 es el menor, "pues es el que aparece primero en la cuenta".
- Comparar solo las cifras de las decenas, por ejemplo se da cuenta que 25 es menor que 38 porque tiene menos decenas. Del mismo modo compara el resto de números.
- Ubicar los números en la recta numérica e identificar al menor de ellos, que es el que se encuentra más a la izquierda.



CUADERNILLO 2 - PREGUNTA 4



Nivel de logro: 1

4. ¿Qué número sigue en la secuencia?

23 29 35 41 ____

a 42
b 43
☒ 47

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para identificar patrones numéricos sencillos. En este caso, se presenta una lista ordenada de cuatro números que siguen una ley de formación y se pide hallar el número que continúa la secuencia. Para resolverla debe relacionar los números presentados y descubrir su patrón de formación.

Para hallar el resultado el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

- Recordar la lista como parte de un conteo ascendente de 6 en 6.
- Comparar las parejas de números e inferir la regla de formación. Por ejemplo:

¿Qué sucede entre el 23 y el 29?	23	$\xrightarrow{?}$	29
Aumenta 6	23	$\xrightarrow{+6}$	29
¿Qué sucede entre el 29 y el 35? *También aumenta 6*	29	$\xrightarrow{+6}$	35
Regla de formación: aumenta 6	35	$\xrightarrow{+6}$	41
Aplicar la regla de formación: *41 + 6 = 47*	41	$\xrightarrow{+6}$	47

Una pregunta similar que evalúa la misma capacidad es la siguiente:

CUADERNILLO 1- PREGUNTA 2

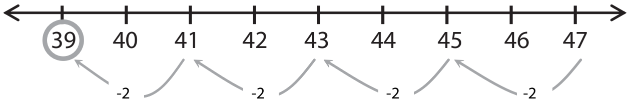
Nivel de logro: 1

2. ¿Qué número sigue en la secuencia?

47 45 43 41 __

☒ 39
b 40
c 42

En este caso, también se presenta una lista de cuatro números que siguen una ley de formación y se pide hallar el número que continúa la secuencia, la cual es descendente de 2 en 2. Las estrategias para resolverla son las mismas que en el caso anterior, pero además, el estudiante también podría haber utilizado la recta numérica y realizar el conteo de dos en dos directamente en ella.



CUADERNILLO 1 - PREGUNTA 4

Nivel de logro: 1

4. Observa y responde: ¿Quién o quiénes tienen más de 9 bolitas?

a 

☒ 

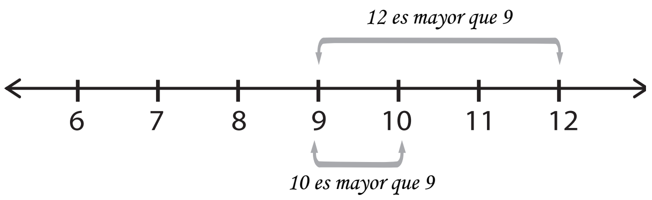
c 

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para establecer relaciones de orden de un grupo de números en contexto. Para responderla, debe realizar comparaciones con el número dado (9) e identificar a los niños que tienen más de 9 bolitas.

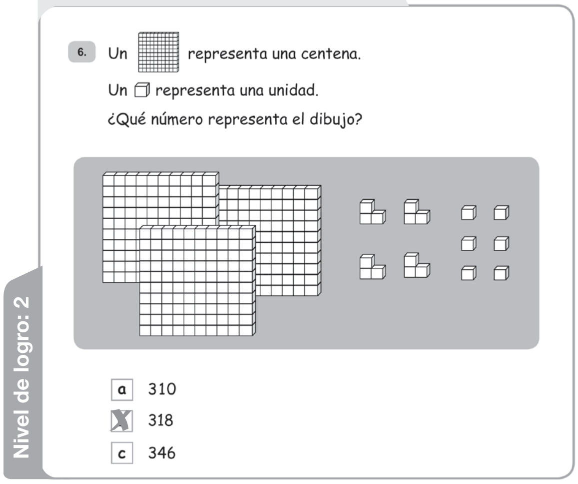
Las estrategias que podría utilizar el estudiante son varias, entre estas:

- Comparar parejas de números y seleccionar aquellos que son mayores que 9. Es decir, 10 es mayor que 9; 6 es menor que 9; 9 es igual que 9 y 12 es mayor que 9. Luego identificar todos los números que son mayores que 9 (en este caso 10 y 12) y ubicar a los niños que tienen esas cantidades de bolitas.

- Utilizar el orden natural de conteo (como se muestra en la recta) e identificar que de los números presentados, solo 10 y 12 son los números que son mayores que 9, “pues están a la derecha del 9”.



CUADERNILLO 1 – PREGUNTA 6



6. Un representa una centena.

Un representa una unidad.

¿Qué número representa el dibujo?

☐ a 310

☒ b 318

☐ c 346

Nivel de logro: 2

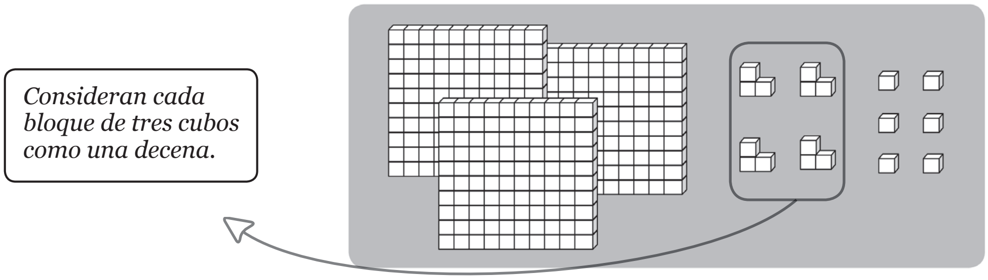
Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para transformar un número desde una representación gráfica a la notación usual. En la pregunta, el número 318 está representado mediante material de base diez. Para que el niño no cuente los cubitos que hay en cada placa, se le indica que cada placa contiene 100 cubitos y que cada cubito representa una unidad.

Para resolver la pregunta, el estudiante puede contar los cubitos uno a uno, lo cual no sería óptimo por la cantidad de cubitos. Otra estrategia es reconocer los bloques de 10 cubitos por 10 cubitos como representaciones de las centenas, dado que en la consigna también se señala esta equivalencia, y luego contar los cubitos restantes. De hacerlo así, se tendría la siguiente operación:

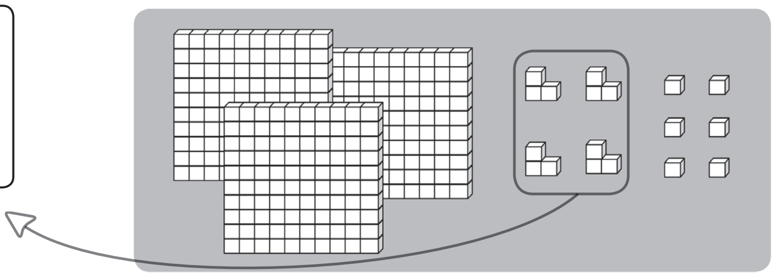
$$300 + 12 + 6 = 318$$

La presentación de doce unidades mediante cuatro bloques de tres unidades cada uno es una representación no usual y requiere que el estudiante descomponga y reagrupe en unidades y decenas.

Encontramos estudiantes que mecánicamente cuentan el número de formas distintas, es decir, creen que el número presentado es 346. Esta respuesta, también alude a un razonamiento equivocado de considerar cada uno de los bloques que se presentan en segundo lugar como unidades de segundo orden, es decir, decenas.



Por otro lado, encontramos estudiantes que consideran cada uno de los bloques que se presentan en segundo lugar, como unidades. Este razonamiento nos da como respuesta 310.



Consideran cada bloque de tres cubos como una unidad y los adiciona a las 6 unidades de cubitos dadas.

CUADERNILLO 1 – PREGUNTA 5

Nivel de logro: 2

5. El número 406 es igual a :

☒ 4 centenas y 6 unidades.

b 4 centenas y 6 decenas.

c 4 decenas y 6 unidades.

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para transformar un número desde la notación usual a una descomposición decimal típica. La dificultad de la pregunta radica en la presencia del cero en la notación. Siendo un número de tres cifras, el estudiante esperaría también tres unidades de orden; sin embargo, en las respuestas solo se utilizan dos.

Para hallar el resultado el estudiante puede recurrir al patrón de descomposición típico, es decir:

406 = 4 centenas , 0 decenas, 6 unidades

Luego tendrá que reflexionar que la expresión “0 decenas” denota ausencia de cantidad, y dado que en las alternativas no encontrará la descomposición "0", entonces identificará la descripción de 4 centenas y 6 unidades como la correcta.

CUADERNILLO 2 - PREGUNTA 16

Nivel de logro: 2

16. ¿Qué número es igual a 3 unidades y 5 decenas?

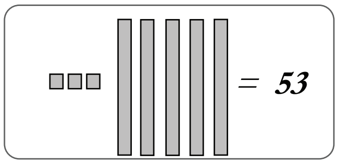
- ☒ 53
- b 35
- c 8

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para transformar un número desde una descomposición decimal a su notación usual. Generalmente, este tipo de transformación de una representación a otra, se presentaría respetando el orden de lectura del número, es decir, 5 decenas y 3 unidades. Sin embargo, en la pregunta se presenta primero las unidades y luego las decenas. Para resolverla, debe integrar información para recomponer el número:

(3 unidades, 5 decenas = 5 decenas, 3 unidades = 53).

Para hallar el resultado el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

- Representar gráficamente las cantidades y luego hallar el número que representa:



- Sumar cada una de las “cantidades” expresadas en el enunciado, pues la suma será igual al número pedido:

3 unidades = 3

5 decenas = 50

3 + 50 = 53

- Mediante el uso del tablero posicional:

D	U
5	3

Un error frecuente es creer que la respuesta es 3. Esto responde a considerar que el número que se presenta primero corresponde a las decenas y el segundo a las unidades. Este patrón se genera por el uso frecuente de preguntas que presentan un único orden de lectura del número (D, U) o por el frecuente uso del tablero posicional, que tiene también el mismo orden (D, U). Por ello, es recomendable usar distintas representaciones de los números en las actividades de enseñanza y aprendizaje.

Otra pregunta similar a esta es :

CUADERNILLO 1 - PREGUNTA 16

Nivel de logro: 2

16. ¿Qué número es igual a 6 unidades y 8 decenas?

- ☒ 86
- b 68
- c 14

CUADERNILLO 2 - PREGUNTA 9

Nivel de logro: 2

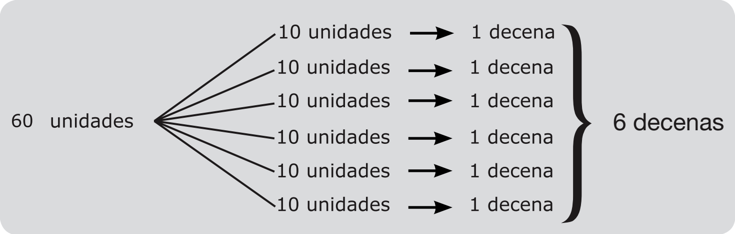
9. 60 unidades es igual a:

- a 6 unidades.
- b 60 decenas.
- ☒ 6 decenas.

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para identificar la equivalencia entre unidades de orden, específicamente entre unidades y decenas.

Para hallar el resultado el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

- Reagrupar las 60 unidades en grupos de 10 unidades cada uno, para así obtener el número de decenas al que es equivalente. En el diagrama se observa que 60 unidades están conformadas por 6 grupos de diez unidades cada uno. Cada grupo de 10 unidades representa una decena. Por ello, se puede concluir que 60 unidades es equivalente a 6 decenas.



- Considerar la equivalencia entre las unidades de orden, en ambos sentidos. Es decir, entender que una decena equivale a 10 unidades y también 10 unidades equivalen a una decena. A partir de ello, recién puede determinar que 60 unidades son equivalentes a 6 decenas.

1 decena = 10 unidades
Es equivalente a decir 10 unidades = 1 decena

CUADERNILLO 2 - PREGUNTA 19

Nivel de logro: 2

19. *César tiene 34 nueces y Olga tiene 52 nueces. Ellos quieren juntarlas y colocarlas en paquetes de 10 nueces cada una. ¿Cuántos paquetes de 10 nueces podrán formar en total?*


34 NUECES


52 NUECES

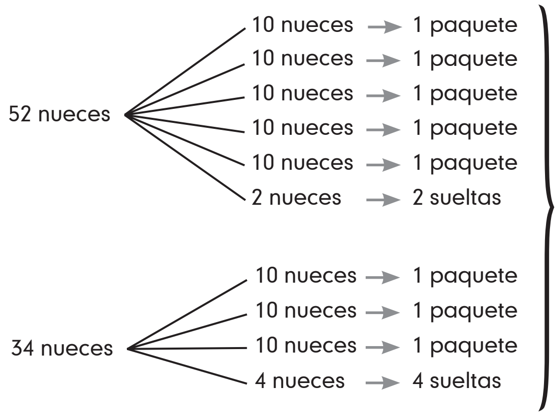
- a Podrán formar 9 paquetes.
- b Podrán formar 86 paquetes.
- ☒ Podrán formar 8 paquetes.

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas de agrupación referidos al sistema de numeración decimal. La situación es familiar al estudiante; se trata de redistribuir objetos en paquetes de diez unidades.

Para resolverla, se debe interpretar la situación y relacionar la tarea de reagrupar las nueces (puede partir de la realidad) con una situación matemática (grupos de decenas y unidades), y realizar la reagrupación pedida.

Para realizar esta reagrupación, el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

- Reagrupar los dos grupos de nueces para determinar cuántos paquetes de 10 nueces se pueden formar y cuántas nueces sobran. Luego, contar la cantidad total de paquetes de 10 unidades.



52 nueces
- 10 nueces → 1 paquete
- 10 nueces → 1 paquete
- 10 nueces → 1 paquete
- 10 nueces → 1 paquete
- 10 nueces → 1 paquete
- 2 nueces → 2 sueltas

34 nueces
- 10 nueces → 1 paquete
- 10 nueces → 1 paquete
- 10 nueces → 1 paquete
- 4 nueces → 4 sueltas

8 paquetes y
6 nueces sueltas

Como la pregunta es cuántos paquetes de 10 nueces se podrán formar, la respuesta es 8 (no se consideran las nueces que quedan sueltas).

- Calcular la cantidad total de nueces, descomponer en decenas y unidades.

34 + 52 = 86 = 80 + 6
8 decenas 6 unidades
8 paquetes y 6 nueces sueltas, por tanto se pueden formar 8 paquetes.

Otras preguntas similares a esta fueron:

CUADERNILLO 1 - PREGUNTA 17

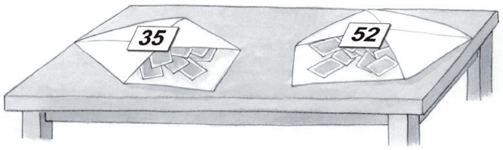
17. Vicente tiene 43 tarjetas y Pedro tiene 25 tarjetas. Ellos quieren guardarlas en sobres de 10 tarjetas cada una. ¿Cuántos sobres se utilizarán y cuántas tarjetas quedarán sueltas?

☒ Utilizarán 6 sobres y sobrarán 8 tarjetas.
b Utilizarán 68 sobres y no sobrarán tarjetas.
c Utilizarán 7 sobres y sobrarán 8 tarjetas.

Nivel de logro: 2

CUADERNILLO 1 - PREGUNTA 20

20. En un sobre hay 35 figuritas y en otro sobre hay 52 figuritas. Jaime quiere llenar hojas con solo 10 figuritas cada una. ¿Cuántas hojas puede llenar y cuántas figuritas sobrarán?

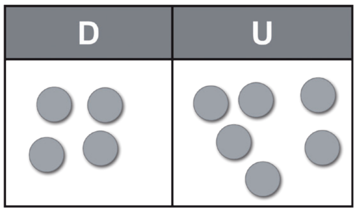


a Llenará 87 figuritas.
☒ Llenará 8 hojas y sobran 7 figuritas.
c Llenará 9 hojas y sobre 7 figuritas.

Nivel de logro: 2

CUADERNILLO 2 - PREGUNTA 21

21. Observa el tablero:



El número en el tablero es igual a:

☒ 3 decenas y 16 unidades.
b 10 unidades.
c 46 decenas.

Nivel de logro: 2

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para identificar la representación de un número en el tablero posicional con una descomposición en decenas y unidades. Es posible que la representación, al utilizar fichas en lugar de numerales, haya contribuido a la dificultad de esta pregunta, dado que en los textos y aulas se utiliza con frecuencia el tablero posicional con numerales. De haber sido así la pregunta se hubiera formulado como se muestra a continuación:

D	U
4	6

El número en el tablero es igual a:

a) 3 decenas y 16 unidades.
b) 30 unidades.
c) 46 decenas.

De hecho, si hubiese sido formulada de esta manera, el estudiante no tendría que realizar la interpretación desde el tablero de posición a la notación usual, y hubiese identificado directamente el número representado como 46. Ahora bien, la respuesta correcta muestra una descomposición no convencional del número 46, la descomposición típica es 4 decenas y 6 unidades, pero es posible descomponerlo de otras formas, como por ejemplo, 1decena y 36 unidades; ó 2 decenas y 26 unidades; o como en la respuesta presentada 3 decenas y 16 unidades.

Para hallar el resultado, a la pregunta formulada, el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre ellas:

- Reconocer la representación en el tablero como 46, y luego seleccionar entre las alternativas propuestas al que representa el 46.
- Partir desde las alternativas propuestas y luego decidir cuál es la descomposición del número 46.

Una pregunta similar a esta fue propuesta en la ECE-2007; en ella también se apelaba a una descomposición no convencional de un número de dos cifras, veamos su análisis.

ECE-2007
PREGUNTA 21

¿Cuál es igual a 48?

a 48 decenas
b 4 unidades y 8 decenas
☒ 3 decenas y 18 unidades

Para resolver esta pregunta se requiere que el estudiante identifique la descomposición equivalente entre las alternativas propuestas; es decir, debe transformar todas las alternativas de respuesta a la notación compacta usual. Para resolverla vamos a realizar un análisis de los casos posibles, veamos cómo esto se lleva a cabo:

ALTERNATIVA: a 48 decenas

- 48 decenas son 48 grupos de diez unidades, es decir, 480 unidades.

En conclusión, 48 decenas NO es 48.

- Mediante el tablero posicional:

D	U
48	0

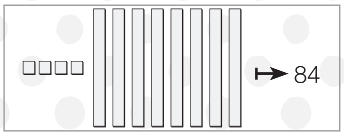
=

C	D	U
4	8	0

En conclusión, 48 decenas NO es 48.

ALTERNATIVA: b 4 unidades y 8 decenas

- Representar gráficamente:



En conclusión,
4 unidades y 8 decenas NO es 48.

- Sumar las cantidades mostradas:
  4 unidades y 8 decenas = 4 + 80
  = 84

En conclusión,
4 unidades y 8 decenas NO es 48.

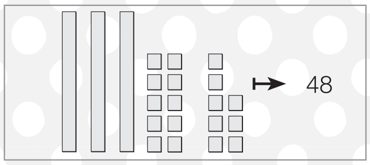
- Mediante el tablero posicional:

D	U
8	4

En conclusión,
4 unidades y 8 decenas NO es 48.

ALTERNATIVA: c 3 decenas y 18 unidades

- Representar gráficamente



Luego contar hasta 48 ó reagrupar en 4 decenas y 8 unidades

En conclusión,
3 decenas y 18 unidades SÍ es 48.

- Sumar las cantidades mostradas:
  3 decenas y 18 unidades = 30 + 18
  = 48

En conclusión,
3 decenas y 18 unidades SÍ es 48.

- Mediante el tablero posicional:

D	U
3	18

=

D	U
4	8

En conclusión,
3 decenas y 18 unidades SÍ es 48.

¤¿EN QUÉ RADICA LA COMPLEJIDAD DE ESTAS TAREAS?

La dificultad radica en que los estudiantes solo han logrado, en el mejor de los casos, la comprensión parcial de la estructura jerárquica del SND. Las evidencias muestran que se comprende el valor de posición a nivel de unidades aisladas y no a nivel de decenas y unidades; que no pueden pasar fluidamente de una representación a otra.

¤ DIFICULTADES ENCONTRADAS EN LOS ESTUDIANTES

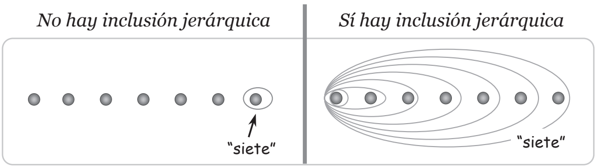


DIAGRAMA 1

Se ha encontrado que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de la estructura jerárquica del sistema de numeración decimal. Comprender la lógica de una base de numeración implica un dominio de la inclusión jerárquica (pensar en un todo y en sus partes constituyentes), para poder tener en cuenta que un número contiene a los anteriores (ver diagrama 1).

Si a los estudiantes se les propone solo tareas mecánicas asociadas a una única forma de representación de los números, estas dificultades pasan inadvertidas, y muchas veces se cree que realizarlas garantiza una comprensión del sistema de numeración decimal.

Los estudiantes identifican un número dentro de un sistema de unidades. Por ejemplo, para estos estudiantes el número 32 está formado por 32 unidades, es decir, no pueden visualizarlo como un número compuesto por tres decenas y dos unidades.

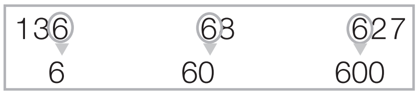


DIAGRAMA 2

Otro aspecto en el que han tenido dificultades es en la comprensión del valor de posición de los dígitos. En el diagrama 2, se muestra que el dígito 6 tiene distintos valores, dependiendo del lugar en que se encuentra. Sin embargo, los estudiantes consideran erróneamente que en los tres casos el dígito 6 "vale" exactamente lo mismo: 6 unidades. A partir de esta dificultad es que aplican erróneamente algunos algoritmos, como el de la suma y la resta.

Los estudiantes muestran dificultades para utilizar distintas representaciones de un mismo número. Esto requiere un pensamiento reversible del estudiante para que pueda, de forma simultánea, dividir el todo en partes y luego reunir las partes para conformar el todo. Componer y descomponer el número de diversas maneras ayuda a fortalecer la comprensión del SND.

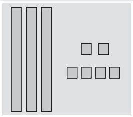
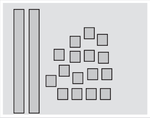
A partir de los resultados de la ECE-2007, ECE 2008 y de evaluaciones anteriores, se evidencia que los estudiantes responden mecánicamente a ciertos estímulos tipo que, con frecuencia, se presenta en los textos escolares. Además, cuentan y utilizan cantidades mayores a la decena, pero aún dentro de un sistema de unidades.

Una comprensión aceptable del sistema de numeración decimal, en segundo grado de primaria, supone que el estudiante pueda reconocer, de forma simultánea, las diferentes representaciones y descomposiciones de un número de dos cifras, y que maneje con soltura un sistema de decenas y unidades construido sobre la base de un sistema de unidades. Una sólida comprensión del SND potencia en el estudiante la comprensión, la elaboración y el manejo de diversas estrategias de cálculo, la relación de orden en los números, la comprensión de los algoritmos convencionales y las propiedades de las operaciones.

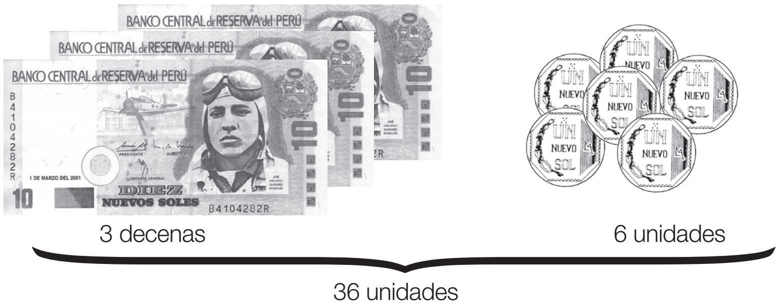
RECOMENDACIONES - SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

TRABAJE DIVERSAS REPRESENTACIONES DE LOS NÚMEROS.

Existen muchas maneras distintas de representar un mismo número. Trabajar estas ayuda tanto a la agilidad de pensamiento como al desarrollo del pensamiento reversible y a la consolidación de las nociones del SND. Veamos algunas representaciones del número 36:

TIPO DE REPRESENTACIÓN	FORMAS USUALES	OTRAS FORMAS
Descomposición en decenas y unidades	3 decenas y 6 unidades 3 D, 6 U	6 unidades y 3 decenas 30 unidades y 6 unidades 2 decenas y 16 unidades 1 decena y 26 unidades
Descomposición en sumandos	30 + 6	20 + 16 10 + 26 18 + 18
Representación en el tablero posicional	D U 3 6	D U 2 16
Representación gráfica		

También plantee la composición y descomposición de números utilizando nuestro sistema monetario (usando monedas de S/. 1 y billetes de S/. 10).



UTILICE DIVERSOS CONTEXTOS.

La numeración escrita tiene usos muy diversos en el entorno social del estudiante. Se sugiere contextualizar situaciones en las que puede estar inmersa la lógica del SND. Por ejemplo:

Utilice situaciones de compra y venta, pues son cercanas a estudiantes de todo el país. Trabaje con la representación de monedas de S/. 1 y billetes de S/. 10. Por ejemplo:

- “Si tengo 12 monedas de S/. 1 y 3 billetes de S/. 10, ¿cuánto dinero tengo?”
- “¿Cuál es la menor cantidad de billetes de S/.10 y monedas de S/. 1 que necesito para formar S/. 46?”.
- “¿Con cuál de las siguientes sumas de billetes y monedas puedo formar S/. 43?
  a) 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1;
  b) 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1;
  c) 10 + 10 + 10 +10 + 10 + 1 + 1”.

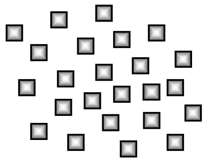
Utilice situaciones de juegos cotidianos para los estudiantes, en los que se trabaje con el sistema de base diez. Por ejemplo: En el juego del sapo, Cecilia embocó 4 fichas en el 1; 3 en el 10 y 2 en el 100. ¿Qué puntaje obtuvo?

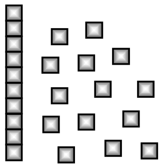
Utilice situaciones cotidianas para los estudiantes en los que se trabaje con el sistema de base diez. Por ejemplo:

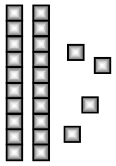
- "Tengo 13 figuritas y cada semana me regalan 10. ¿Cuántas tendré después de una semana? ¿Y después de dos semanas? ¿Y después de tres, cuatro y cinco semanas?"

UTILICE MATERIAL CONCRETO.

Los modelos concretos pueden ayudar en la representación de números y en el desarrollo del sentido numérico. El uso de material concreto puede ser útil para aprender a agrupar y separar por decenas. Al hacer estas representaciones, haga que el estudiante reflexione, explique, busque y justifique sus razones. Por ejemplo, se puede expresar el número 24 como 24 unidades, 1 decena y 14 unidades ó 2 decenas y 4 unidades.





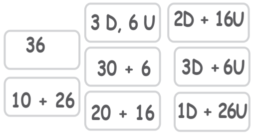


Los materiales concretos más utilizados suelen ser el material de base diez, pero también se puede preparar material utilizando pequeñas bolsas en las que se colocarán diez semillas en cada bolsa u otros objetos pequeños para representar las decenas. Asimismo, se puede pegar diez semillas en palitos y emplearlos para realizar ejercicios[4] .

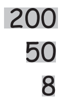
ORGANICE DIVERSOS JUEGOS COMO RECURSO DIDÁCTICO.

La mejor manera de aprender es jugando. Los juegos colectivos proporcionan una vía para el juego estructurado, en el que los niños se ven intrínsecamente motivados para pensar en combinaciones numéricas, y recordarlas, con el fin de ganar el juego. También fomentan la interacción social y las habilidades comunicativas. A continuación se presentan algunos juegos que pueden ayudar en su trabajo pedagógico en aula.

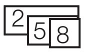
- **Juego de memoria.** Se elaboran tarjetas de memoria con distintas representaciones de algunos números. Los niños van destapando las tarjetas y emparejando representaciones equivalentes. Por ejemplo:



- **Tarjetas de descomposición.** Se prepara un conjunto de tarjetas que contenga nueve centenas (del 100 al 900), nueve decenas (del 10 al 90) y los nueve dígitos (del 1 al 9). Las tarjetas deben tener el mismo ancho y distinto largo (como se muestra en la figura).



Por ejemplo, para formar el número 258, tomamos la tarjeta de 200, luego la de 50 y, finalmente, la de 8. Si se colocan una sobre otra, se podrá ver el número pedido.



---

[4] Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil. Informe pedagógico de resultados. Formación matemática. Segundo grado de primaria. Sexto grado de primaria. Página 108.

PROPONGA ADIVINANZAS.

Otra forma de acercar al estudiante al SND es mediante adivinanzas en las que se presentan algunas características de un número. Por ejemplo:

Soy un número de dos cifras.
La suma de mis cifras es 8.
Tengo 5 decenas.
¿Qué número soy?

Soy un número menor que
500. Tengo tres cifras. Dos
de mis cifras son iguales a 8.
¿Qué número soy?

Recuerde que si bien algunos problemas tienen solución única, es importantísimo mostrarle a los estudiantes que existen problemas que tienen más de una respuesta o problemas que no tienen respuesta alguna.

Trabajar con los estudiantes situaciones problemáticas novedosas, ante las cuales no tengan una regla automática para responder mejora su comprensión del SND.

ACTIVIDAD

ADIVINA ADIVINADOR

¿Qué queremos lograr?

Que los estudiantes refuercen y amplíen su comprensión del SND, mediante situaciones no rutinarias, tales como adivinanzas.

Soy un número de tres cifras. Mi cifra de
unidades es 7, la suma de mis tres cifras
es 13.
Además dos de mis cifras son iguales.
¿Qué número soy?

Adivina cuál es el número que tiene tres cifras
iguales mayores que 5, la suma de sus cifras es
mayor que 20 y además este número es menor
que 859. ¿Ya adivinaste qué número es?

Soy un número de dos cifras
diferentes, el más grande posible.
¿Qué número soy?

UTILICE DISTINTAS FUENTES Y SISTEMAS DE DATOS.

Los datos de un problema pueden presentarse de diversas maneras dentro del enunciado, en forma verbal, en cuadros, mediante gráficos, entre otras formas. El entorno de sus estudiantes contiene mucha información matemática que usted como docente puede rescatar para usarla en sus clases. Use sistemáticamente periódicos, avisos publicitarios, volantes, catálogos para crear y proponer problemas. Asimismo, haga que sus estudiantes formulen problemas.

ACTIVIDAD

¿CUÁNTOS HAY?

¿Qué queremos lograr?
Que los estudiantes observen que las cifras asumen distintos valores según la posición que ocupan en un número.

¿Cómo organizamos el aula?
Organice el aula en parejas de niños y entrégueles tarjetas numeradas del 0 al 9.

¿Qué deben hacer los estudiantes?
Pídales que tomen las tarjetas con los números 4; 5 y 8, y que escriban todos los números de dos cifras que pueden formar.

Durante la actividad
I. Propón preguntas tales como:

- *¿Cuál es el mayor número que formaste?, ¿cómo lo conseguiste?*
- *¿Cuál es el menor número que formaste?, ¿cómo lo conseguiste?*
- *¿Cuánto vale el 4 en 45?*
- *¿Cuánto vale el 4 en 54?*
- *¿En cuál de los números 45 y 54 tiene mayor valor el 5?, ¿por qué?*
- *¿En cuál de los números 58 y 85 tiene mayor valor el 5?, ¿por qué?*

II. Pídales que tomen las tarjetas con los números 2; 3 y 6 y que escriban todos los números de tres cifras posibles. Propón preguntas tales como:

- *¿Cuál es el mayor número que formaste?, ¿cómo lo conseguiste?*
- *¿Cuál es el menor número que formaste?, ¿cómo lo conseguiste?*
- *¿Cuánto vale el 6 en 362?*
- *¿Cuánto vale el 6 en 623?*
- *¿En cuál de los números 632 y 236 tiene mayor valor el 6?, ¿por qué?*

III. Pídales que utilicen las diez tarjetas para realizar las siguientes tareas:

- *Forma un número de dos cifras que empiecen con la cifra 5.*
- *Forma un número de tres cifras que termine con la cifra 7.*
- *Forma los dos mayores números de dos cifras que terminan en 6.*
- *Forma el mayor número de tres cifras que termina en 2.*
- *Escribe el mayor número de tres cifras que sea menor de 200.*
- *Forma un número que tenga 23 decenas.*

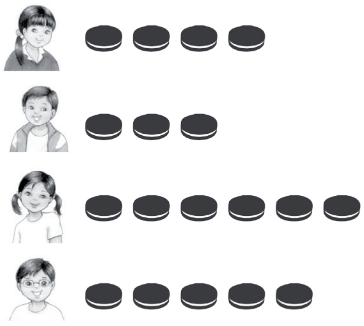
7.3. PREGUNTAS SOBRE PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SUMA O RESTA

La resolución de problemas aritméticos verbales se evaluó mediante problemas de adición y sustracción, presentados en distintos tipos de texto y que se refieren a acciones de juntar, quitar, comparar, o igualar cantidades.

A continuación analizaremos algunas preguntas propuestas en este bloque.

CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 11

11. Observa la cantidad de galletas que comieron unos amigos en el recreo. ¿Cuántas galletas comieron las niñas?



a 6

☒ 10

c 18

Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver un problema aditivo a partir de la lectura e interpretación de un gráfico. La situación mostrada es familiar al estudiante, pues suele presentarse al llevar puntajes en juegos, al contar objetos del mismo tipo que tiene cada uno, al clasificar objetos, entre otras actividades.

Para resolverla, el estudiante debe distinguir que se presentan dos categorías, los hombres y las mujeres, y que la pregunta hace referencia al grupo de las mujeres.

Luego, extraerá la información que requiere a partir del gráfico, y obtendrá el total de galletas que tiene cada niña.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias. Entre ellas puede:

- Contar el total de las galletas que tienen las niñas.
- Identificar que una niña comió 4 galletas, y la otra comió 6 galletas y sumar 4 + 6.

CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 14

14. Marcos tiene 15 carritos y 17 motos. Si pierde 8 carritos, ¿cuántos carritos le quedarán?

☒ 7

b 23

c 40

Nivel de logro: 2

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas aritméticos que presentan la variación de una cantidad en el tiempo. En la situación, se distingue una cantidad inicial, una cantidad que produce el cambio, y una cantidad final.

En este caso, los datos son la cantidad inicial y la cantidad de cambio; la incógnita es la cantidad final. Además, el enunciado presenta datos innecesarios para la solución del problema.

El siguiente esquema puede ayudar a comprender la relación entre las cantidades.

$$\boxed{\textit{Al inicio: 15 carritos}} \xrightarrow[\textit{Cambio: pierde 8 carritos}]{} \boxed{\textit{Al final: ?}}$$

Para resolverla, el estudiante debe comprender que hay una cantidad que varía en el tiempo, e identificar los números datos, así como la incógnita. Luego, puede producir un esquema mental o un gráfico y establecer la relación operativa entre las cantidades. Hay que destacar que en el enunciado se da información numérica que NO se utiliza en la solución del problema (17 motos), lo que implica que en su resolución el estudiante discrimine los datos útiles de los no necesarios.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre ellas puede:

- Identificar la cantidad inicial y la cantidad de cambio; luego hallar la cantidad final, mediante una sustracción: 15 – 8 = 7.
- Representar los 15 carritos mediante gráficos, tachar ocho y contar los que quedan: 7.

$$\text{Ø Ø Ø Ø Ø Ø Ø Ø }\underbrace{\text{O O O O O O O}}_{\text{7 CARRITOS}}$$

CUADERNILLO 2 - PREGUNTA 10

Nivel de logro: 2

10. Julia recogió 13 semillas, luego regaló algunas de ellas a su hermana y ahora tiene 5 semillas. ¿Cuántas semillas le regaló a su hermana?

☐ a 5
☒ 8
☐ c 18

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas aritméticos que presentan el cambio de una cantidad en el tiempo.

En este tipo de problemas se distingue una cantidad inicial, una cantidad que produce el cambio, y una cantidad final. En este caso, los datos son la cantidad inicial y la final; la incógnita es la cantidad que produce el cambio.

Estos problemas responden al siguiente esquema:

Al inicio: 13 semillas → *Cambio: ?* → *Al final: 5 semillas*

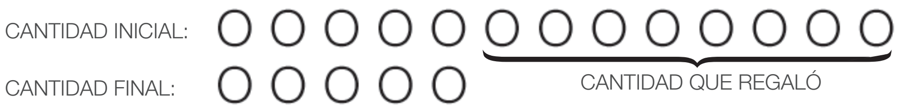
Para resolver el problema, el estudiante debe comprender que hay una cantidad que varía en el tiempo, y debe identificar los datos y la incógnita. Luego, puede producir un esquema mental o gráfico y establecer la relación operativa entre las cantidades.

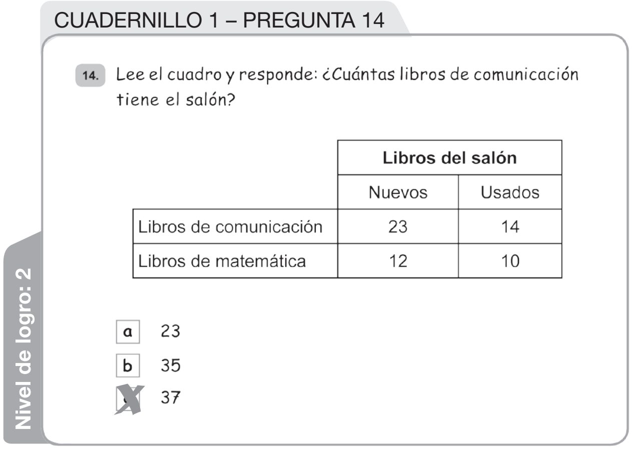
Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre ellas puede:

- Identificar la cantidad inicial y la cantidad final; luego hallar la cantidad de cambio, mediante una sustracción: 13 – 5 = 8.
- Representar las 13 semillas mediante gráficos, tachar las cinco que quedan y contar las que regaló.

$$\text{Ø Ø Ø Ø Ø }\underbrace{\text{O O O O O O O O}}_{\text{REGALÓ 8 SEMILLAS}}$$

- Representar las 13 semillas mediante gráficos y comparar las cantidades inicial y final para hallar cuántas regaló.





CUADERNILLO 1 – PREGUNTA 14

Nivel de logro: 2

14. Lee el cuadro y responde: ¿Cuántas libros de comunicación tiene el salón?

	Libros del salón	
	Nuevos	Usados
Libros de comunicación	23	14
Libros de matemática	12	10

a 23

b 35

☒ 37

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas donde la información se presenta en un cuadro de doble entrada. La situación mostrada es familiar al estudiante, pues suele presentarse en horarios, en los diarios, en los mercados, clasificaciones, puntuaciones, etc.

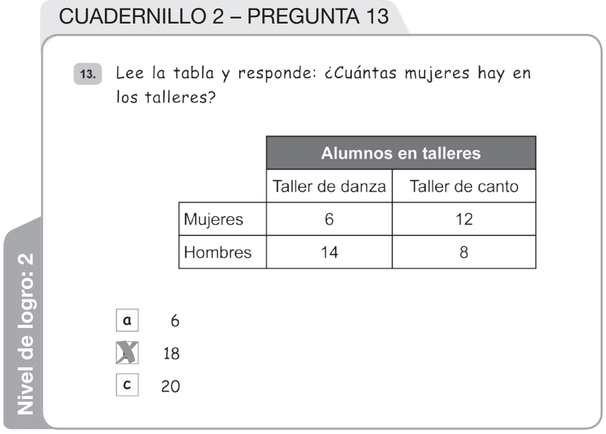
Para resolverla, el estudiante debe reconocer las categorías (nuevos, usados, libros de comunicación, libros de matemática) y los datos en la tabla; luego identificar los datos correspondientes al enunciado.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre ellas puede:

- Sumar directamente los datos pertinentes de la tabla, es decir 23 + 14 = 37.
- Reorganizar la información extrayendo cada dato de una casilla y asociándolo a su significado, es decir:

Libros nuevos de comunicación: 23
Libros usados de comunicación: 14
Libros de comunicación: 23 + 14 = 37

Otra pregunta similar a la anterior es la siguiente:



CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 13

Nivel de logro: 2

13. Lee la tabla y responde: ¿Cuántas mujeres hay en los talleres?

	Alumnos en talleres	
	Taller de danza	Taller de canto
Mujeres	6	12
Hombres	14	8

a 6

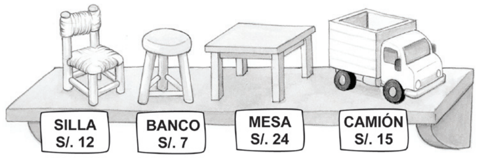
☒ 18

c 20

CUADERNILLO 1 – PREGUNTA 11

Nivel de logro: 2

11. Rocío tiene 11 soles. ¿Cuántos soles le faltan para poder comprar la mesa?



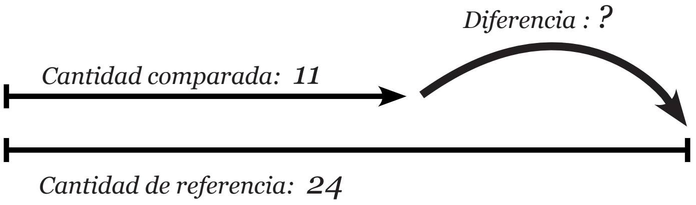
a 35

b 24

☒ 13

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas, en los que hay que igualar dos cantidades. En este caso, se dan dos datos: la cantidad de referencia y la cantidad comparada. La incógnita es la diferencia que igualaría estas dos cantidades.

Esta situación es familiar al estudiante, pues ocurre con frecuencia en el contexto comercial y cercano a su entorno .



Este tipo de pregunta presenta la información en forma de texto continuo con una parte gráfica. Ambos elementos complementan la información necesaria para que el estudiante resuelva el problema.

Para resolverla, el estudiante debe interpretar que la situación es de igualación, establecer qué operación puede usar, seleccionar la información que requiere y ejecutar la operación elegida para llegar a la respuesta.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre ellas puede:

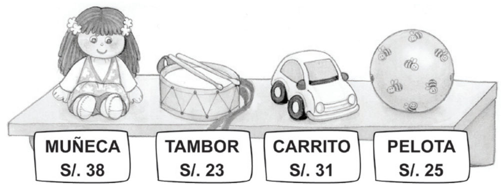
- Comprender, analizar e identificar las cantidades (referencial, comparada y diferencia) para establecer la relación aditiva: 24 – 11 = 13 ó 11 + 13 = 24
- Usar un modelo de problema conocido de antemano y restar 24 – 11 = 13

Otra pregunta similar a esta fue:

CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 15

Nivel de logro: 2

15. Lisa tiene 14 soles y quiere comprar el juguete más barato. ¿Cuántos soles le faltan para poder comprarlo?



a 37

b 23

☒ 9

En este caso, a diferencia de la pregunta anterior, el estudiante debe identificar el juguete más barato para utilizarlo como monto de referencia.

CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 18

Nivel de logro: 2

18. Lee la lista de precios y responde:
¿Cuánto cuestan dos picantes, un estofado y dos limonadas?

FERIA REGIONAL
EL CUY DEL CENTRO

Sopa de morón	S/. 3
Picante	S/. 5
Lomo	S/. 9
Chanfainita	S/. 3
Estofado	S/. 8
Limonada	S/. 1
Naranjada	S/.2

☐ a S/. 14
☒ b S/. 20
☐ c S/. 31

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas aditivos de varias etapas, en los que debe hallar la suma de cantidades parciales a partir de la lectura de un aviso. El contexto es comercial, pues se trata de una situación de compra en la que se presenta una lista de precios. Este contexto es cercano al estudiante y presenta números pequeños.

Para resolver este problema, el estudiante debe comprender cuál es la función del aviso y qué información le transmite. Entender que se trata de un listado de precios y que los números indican los precios unitarios de cada uno de los platos de comida.

El estudiante deberá seleccionar los datos relevantes para el problema y sumar las cantidades seleccionadas.

En general, hay que integrar información de distintas fuentes, discriminar la información irrelevante y seleccionar la información necesaria.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias. Entre estas:

- Sumar los precios de los objetos pedidos. En el caso del picante y la limonada hay que duplicar el precio unitario de cada uno:

1 picante: S/. 5. Entonces, 2 picantes: S/. 10
1 estofado: S/. 8
1 limonada: S/. 1. Entonces, 2 limonadas: S/. 2

Luego, sumo estas cantidades: 10 + 8 + 2 = S/. 20

- Otra estrategia es usar medios concretos, como sus dedos o un gráfico, para hallar el costo total.

CUADERNILLO 1 – PREGUNTA 15

Nivel de logro: 2

15. En un árbol hay 23 naranjas.
12 están maduras y el resto están verdes.
¿Cuántas naranjas están verdes?

☐ a 35
☐ b 12
☒ c 11

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas aritméticos que relacionan cantidades parciales y el total.

El problema se presentó en forma breve: cada dato en una línea y sin información innecesaria. Esta forma de presentar un problema se denomina telegráfica y es una forma sencilla de presentar un problema aritmético verbal al estudiante, pues permite una mejor lectura y facilita la identificación de los datos y la incógnita.

Para resolverlo, el estudiante debe comprender que existen tres categorías implicadas (naranjas, naranjas maduras y naranjas verdes); además, debe asumir que el número total de naranjas está conformado a su vez por el número de naranjas maduras y por el número de naranjas verdes. Luego, establecer una relación aditiva entre una cantidad parcial (dato) y la cantidad total (dato) para hallar la otra cantidad parcial (incógnita), como se muestra en el diagrama a continuación.

Nº Naranjas: 23	
Nº maduras: 12	Nº verdes: ?

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre estas:

- Realizar una sustracción mediante hechos aprendidos, entonces halla el resultado de 23 – 12 = 11.
- Contar a partir de 12 hasta llegar a la cantidad total de 23.
- Buscar qué número sumado a 12 es 23.

$$12 + \boxed{?} = 23$$

Otra pregunta similar a la anterior es la siguiente:

CUADERNILLO 2 – PREGUNTA 12

12. En una canasta hay 35 frutas.
18 son plátanos y el resto naranjas.
¿Cuántas naranjas hay en la canasta?

☒ 17 naranjas
b 43 naranjas
c 53 naranjas

Nivel de logro: 2

¿EN QUÉ RADICA LA DIFICULTAD DE ESTAS PREGUNTAS?

La dificultad en los problemas aritméticos verbales está principalmente asociada a los diversos significados que pueden tener las operaciones según el contexto de la situación presentada. La magnitud de los números involucrados no genera tanta dificultad al momento de resolver problemas como sí lo generan estos distintos significados de las operaciones.

Veamos un par de ejemplos:

PROBLEMA A

Jorge tiene 321 vacas y Hernán tiene 186 vacas. ¿Cuántas vacas tienen en total?

PROBLEMA B

Jorge tiene 24 vacas y Hernán tiene 45 vacas. ¿Cuántas vacas tienen en total?

Los problemas A y B representan la misma situación real. En ambos casos se presenta la relación entre cantidades parciales y totales, y en ambos se deben sumar las cantidades parciales para obtener el total.

Si un estudiante comprende el problema A, es natural que comprenda el problema B, y sepa lo que debe realizar para responderlo.

Por otro lado, los problemas C, D y E, los cuales se resuelven con la misma relación aritmética (12 - 5), y que un análisis superficial llevaría a concluir que tienen dificultad similar, tienen para los estudiantes diferencias muy grandes.

PROBLEMA C

Olga tenía 12 bolitas, se le cayeron algunas y ahora tiene 5 bolitas. ¿Cuántas bolitas se le cayeron?

En el problema C la situación trata de la variación de una cantidad en el tiempo, el problema D es, en general, más difícil para los estudiantes que el problema anterior, pues implica la capacidad de descomponer un todo en partes, sin perder de vista que las partes conforman dicho todo.

PROBLEMA D

En el patio juegan 12 estudiantes, 5 son mujeres. ¿Cuántos son hombres?

El problema E es una situación de comparación cuantitativa entre dos edades, el cual es más difícil que los dos anteriores.

PROBLEMA E

Lucas tiene 12 tizas y Paola tiene 5 tizas. ¿Cuántas tizas más que Paola tiene Lucas?

La matemática es una ciencia en la que el metodo predomina sobre el contenido; la principal finalidad de la enseñanza de la matemática a nuestros niños y adolescentes es desarrollar capacidades para razonar con objetos matemáticos o sin ellos.

La discriminación de la información relevante, para resolver un determinado problema, también aporta dificultad en un problema.

En general, problemas que incluyen datos irrelevantes o información adicional a la necesaria, suelen ser más difíciles que aquellos que tienen exactamente la información requerida para dar solución a la situación.

Otra fuente de dificultad ha sido el número de pasos o etapas para resolver un problema. Los problemas directos y de una etapa han salido, en general, más fáciles que aquellos que eran de varias etapas (composiciones de dos o más problemas de una etapa).

DIFICULTADES ENCONTRADAS EN LOS ESTUDIANTES

Los errores frecuentes de los estudiantes aluden al uso de estrategias irreflexivas, que nacen de la comprensión parcial o nula de las situaciones planteadas. Así, una estrategia mayormente utilizada es sumar todos los datos numéricos que se encuentran en el enunciado. En la ECE-2008 se ha obtenido un importante porcentaje de respuestas asociadas a esta estrategia.

Otros errores se presentan por la interpretación aislada de palabras como "más", asociada generalmente a la suma; o verbos como "regalar", asociados mayormente a la resta.

Otras limitaciones están relacionadas con la aplicación en aula de formatos típicos, como organizar números en forma vertical para sumar, presentar los datos suficientes y necesarios para resolver problemas, el uso de palabras como “total” o “más” siempre asociadas a estrategias de suma, entre otras. Por ejemplo, si un problema presenta números en forma vertical, sea en un cuadro o en una lista de precios, los estudiantes que no comprenden la situación tratan de resolverla sumando los números que se presentan organizados verticalmente, sin tener en cuenta lo que se les pide.

RECOMENDACIONES - PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SUMA O RESTA

TRABAJE DIVERSAS REPRESENTACIONES DE LOS NÚMEROS.

Es conveniente que los estudiantes trabajen con situaciones reales que presenten los diversos significados de la adición y la sustracción. En general, no debe trabajarse solamente con el significado de juntar o combinar para la adición; y de perder o quitar para la sustracción. Una clasificación de los problemas aditivos que posibilita el estudio de distintos significados de las operaciones, es la siguiente[5].

Significados de la adición y sustracción

Combinar: aquellas situaciones en las que se presentan cantidades parciales de un total, y puede tener como datos o incógnitas a las cantidades parciales o a las totales. Por ejemplo, las preguntas 14 y 15 del cuadernillo 1.

Comparar: aquellas situaciones en las que se expresa una relación de comparación entre dos cantidades. La relación se establece en el enunciado mediante conectores como: “más que”, “menos que”, “mayor que”, etc. Las cantidades de referencia, comparada y diferencia pueden ser usadas como datos o incógnitas. Por ejemplo, las preguntas 9 y 21 del cuadernillo 1.

Transformar: aquellas situaciones en que describe el aumento o disminución de una cantidad a través del tiempo. Consta de tres estados: el inicio, el cambio y el final. Cada uno de ellos asociado a cantidades que pueden ser datos o incógnitas de la situación. Por ejemplo, las preguntas 10 y 14 del cuadernillo 2.

Igualar: aquellas situaciones en las que se expresa una relación entre cantidades ligadas por el conector “tantos como”, o “igual a”. Es una relación dinámica en las que se compara una cantidad con otra, con el fin de igualar ambas cantidades. Las cantidades de referencia, comparada y de igualación pueden ser usadas como datos o incógnitas. Por ejemplo, las preguntas 10 y 11 del cuadernillo 1.

En la vida cotidiana utilizamos diversos significados de la adición y la sustracción, juntar, quitar, dar vuelto, aumentar, comparar, etc.

---

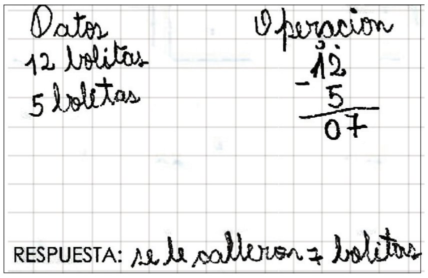
[5] Ver en página 76 del Marco de trabajo de las pruebas de rendimiento: http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/menanexos/menanexos_126.pdf

BUSQUE UN MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y ÚSELO SISTEMÁTICAMENTE.

Los problemas no se resuelven al azar o adivinando. En general, la persona involucrada en la solución sigue un proceso desde que se genera el conflicto hasta su resolución. Modelos de resolución de problemas, como el presentado por la UMC en el Marco de Trabajo de las Pruebas de Rendmiento de la EN-2004[6], pueden serle muy útiles para organizar el pensamiento de sus estudiantes y desarrollar sus capacidades para abordar los problemas y resolverlos.

Dicho modelo consta de las siguientes fases:

I. Comprensión del problema
II. Diseño o adaptación de una estrategia
III. Ejecución de la estrategia y control
IV. Visión retrospectiva



Datos
12 bolitas
5 boletas

Operacion
12
-5
07

RESPUESTA: se le calleron 7 bolitas

El plan de cuatro fases es un método de trabajo que organiza el razonamiento de los niños al enfrentarse a un problema. El esquema de datos/operación/respuesta es acotado y mecaniza el trabajo de los niños.

La investigación en didáctica de la matemática ha encontrado que la diferencia entre los resolutores expertos y los aprendices radica en el tiempo dedicado a cada fase de este modelo. Los expertos dedican un mayor tiempo de trabajo a comprender el problema y a reflexionar sobre su proceso de solución, mientras que los aprendices suelen dedicarle poco tiempo a estas fases, y mas bien se concentran en la ejecución de la estrategia, aunque la estrategia o el camino elegido sea errado, o aunque no hayan logrado comprender plenamente el problema.

UTILICE DISTINTAS FUENTES Y SISTEMAS DE DATOS.

Los datos de un problema pueden presentarse de diversas maneras dentro del enunciado, en forma verbal, en cuadros, mediante gráficos, entre otras formas. El entorno de sus estudiantes contiene mucha información matemática que usted como docente puede rescatar para usarla en sus clases. Los periódicos, avisos publicitarios, volantes, catálogos entre otros son fuentes muy ricas en información cuantitativa que puede ser utilizada para la formulación y redacción de problemas aritméticos.

PROMUEVA DIVERSAS ESTRATEGIAS PARA LA COMPRENSIÓN DE LOS PROBLEMAS.

Genere con sus estudiantes estrategias para comprender las situaciones presentadas. Invierta tiempo y acompáñelos a leer y comprender los problemas que propone. Utilice un diálogo o fichas con preguntas que orienten a sus estudiantes para entender el significado de lo que ocurre, los personajes que intervienen y la relación matemática que se produce, antes de tratar de elegir qué operación se usará para resolverlo. Haga que sus estudiantes expresen el problema con sus propias palabras, si lo logran tendrán una mejor comprensión del mismo. No es necesario que digan las cantidades que intervienen, solo que le cuenten lo que está ocurriendo en la situación planteada.

Otra estrategia es pedirles que hagan un resumen, eliminen información irrelevante, que formulen el problema de otra manera o que hagan un esquema gráfico de la situación.

---

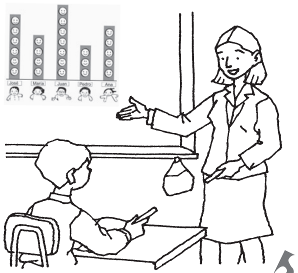
[6] Ver en página 76 del Marco de trabajo de las pruebas de rendimiento: http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/menanexos/menanexos_126.pdf

Al seleccionar los problemas que utilizará en una sesión de aprendizaje, considere varias formas de redactar o de presentar la misma situación, varíe los contextos, construya preguntas orientadoras que ayuden a la comprensión global de la situación. Un ejemplo de cuestionario se presenta aquí, con el fin de servir de modelo para otros que usted elabore.

Cuestionario

Leonidas tiene 6 hermanos. Leonidas tiene 2 hermanos menos que Henry. ¿Cuántos hermanos tiene Henry?

- ¿De quiénes te hablan en la historia? ______________________
- ¿Qué relación tienen los personajes?______________________
- ¿Qué se dice de ellos?________________________________
- ¿De quién conocemos el número de hermanos?_________________



Una buena clase de Matemática promueve en los estudiantes establecer relaciones y conexiones entre los diversos contenidos. Así, por ejemplo al hacer un problema aritmético podemos incluir nuevas estrategias de cálculo y representar la respuesta mediante material concreto o el tablero posicional.

DESARROLLE Y UTILICE ESQUEMAS Y DIAGRAMAS COMO MEDIOS PARA LOGRAR UNA MEJOR COMPRENSIÓN.

Las ayudas gráficas deben aportar al razonamiento y comprensión de la situación presentada. En este reporte usted encontrará varios esquemas que permiten transmitir el carácter matemático de la situación verbal. Veamos, por ejemplo, el siguiente problema:

En una fiesta hay 23 personas, de las cuales 9 son hombres. ¿Cuántas son mujeres?

Puede representarse mediante un diagrama como:

ESQUEMA

N° de personas en la fiesta: 23	
Nº de mujeres: 9	Nº de hombres: ?

Usted puede presentar el diagrama sin la información numérica y sus estudiantes pueden completarlo para luego resolver el problema planteado.

UTILICE MATERIALES CONCRETOS COMO AYUDA A SU DIDÁCTICA.

Organice actividades donde los estudiantes utilicen materiales concretos (semillas, piedritas, cuentas, fichas) y material estructurado (material base diez, regletas de diversos tamaños, bloques lógicos, entre otros) para comprender y resolver los problemas aritméticos planteados.

TRABAJE EN PROFUNDIDAD CADA PROBLEMA EN EL AULA, SÁQUELE EL MAYOR PROVECHO A LOS PROBLEMAS.

En una sesión de aprendizaje es preferible trabajar pocos problemas de diverso tipo pero en profundidad, que muchos problemas típicos superficialmente. Haga que razonen y comprendan todo el proceso de solución, que lo relean, haga que formulen vías de investigación a partir del problema resuelto. Es mejor que una clase se trabaje con pocos problemas pero bien detallados, que hacer muchos problemas de un solo tipo, que solo aportan a la mecanización y operativización sin lograr verdaderos aprendizajes.

Resuelva un mismo problema de varias maneras posibles, pregunte a los estudiantes sobre las diferencias entre problemas de similar estructura, pídales a sus alumnos que redacten otros problemas que pueden ser resueltos con la misma estrategia.

PRESENTE SITUACIONES VARIADAS.

Por ejemplo:

"Jorge, Rosa, Tobías y Claudia son cuatro amiguitos que fueron a una fiesta. Cuando la fiesta terminó, el organizador permitió que los invitados cogieran los globos que pudiesen. Así, Jorge tomó 18 globos, Claudia 6 globos y Tobías dos globos más que Claudia; en cambio, Rosa no logró coger globo alguno"

a) ¿Cuántos globos cogió Tobías? ____________________

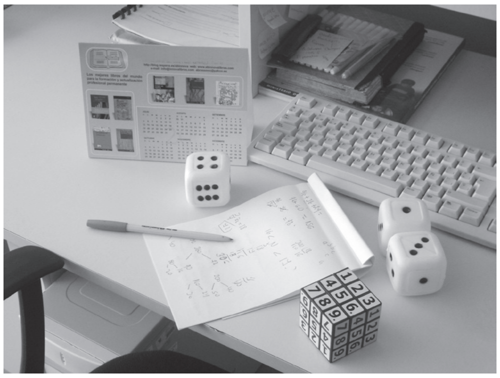
b) ¿Cuántos globos cogieron en total? ____________________

c) ¿Cuántos globos más que Claudia cogió Jorge? ____________________

d) Si Tobías y Claudia juntan sus globos, ¿ahora tendrán más o menos globos que Jorge? ___

e) Como los cuatro amigos son solidarios, han decidido que los que tienen más obsequian algunos globos a Rosa y Claudia para que todos tengan la misma cantidad. ¿Cuántos globos regaló Jorge?

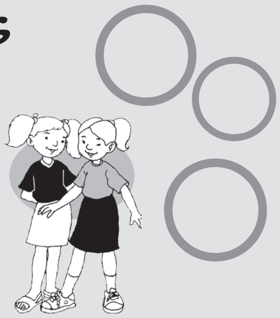
Es una creencia extendida que la respuesta es el final de un problema; sin embargo, actualmente se propone que cuando un estudiante llegue a la respuesta se le haga comprobar el resultado. Motívelo a que modifique los datos, que cambie la información, que modifique la pregunta, que formule problemas similares al dado. Lo más importante es reflexionar sobre el proceso seguido para su solución, los bloqueos que se presentaron, las ideas originales que llevaron a la solución del problema, la interrelación entre los datos y la incógnita. Cada problema resuelto debe brindar al estudiante un aprendizaje adicional, que les permita más adelante resolver otros problemas similares o nuevos.



Haga que sus estudiantes perciban su interés y gusto por usar la Matemática en las actividades de su vida. De ese modo les transmitirá el entusiasmo por aprenderla y valorarla .

ACTIVIDAD

ARITOS Y MÁS ARITOS



Karen y su prima Daysi coleccionan aritos de colores.
Esta mañana ellas contaron los aritos que tenían,
Karen le djio a Daysi: "Tengo 15 aritos".
Daysi le respondió: "Y yo tengo 6 aritos más que tú".
¿Cuántos aritos tiene Daysi?

I. Lee y comprende el problema.

1. ¿De quiénes se habla en el problema? ______________________________

2. ¿Qué es lo que tienen las niñas? __________________________________

3. ¿Quién tiene más aritos?, ¿cómo lo sabes?___________________________

4. ¿Acerca de quién te preguntan? ___________________________________

II. Busca una estrategia.

1. ¿Cómo puedes hacer para saber cuántos aritos tiene Daysi?

____

____

____

2. Completa el dibujo mostrado con los datos que te da el problema.

3. ¿Qué te preguntan?____

4. ¿Cómo puedes obtener la respuesta?

____

____

____

III. Usa tu estrategia.

1. Escribe aquí tu procedimiento.

2. ¿Cuál es tu respuesta?____

IV. Sácale el jugo a tu estrategia.

1. ¿Cómo puedes comprobar tu respuesta?

____

____

____

2. Busca otra forma de resolver este problema.

3. ¿Qué otras preguntas se pueden formular?

____

____

____

4. ¿Cuáles de estos problemas se parecen al que has resuelto? Márcalos con X.

En un corral hay ocho aves. Tres son gallinas y el resto patos. ¿Cuántos patos tengo? ☐

En el grupo de Félix hay 6 niños y en el grupo de Carlos hay 4 niños. ¿Cuántos niños más hay en el grupo de Félix que en el de Carlos? ☐

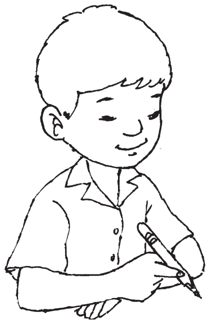
Julissa tenía algunas ovejas. Con las 2 que le regalaron ahora tiene 8 ovejas. ¿Cuántas ovejas tenía al comienzo Julissa? ☐

Yadira tiene 23 años, su amiga Lisa tiene 8 años menos que ella. ¿Cuántos años tiene Lisa? ☐

Mamá necesita 8 ovillos de lana para hacer una chompa. Ya tiene 5 ovillos en casa. ¿Cuántos más necesita comprar? ☐

Pedro y su hermano Juan trabajan en una carpintería. Ellos siempre están en competencia para ver quién hace más sillas en un día. Hoy día Pedro hizo 23 sillas y Juan hizo 10 sillas más que él. ¿Cuántas sillas hizo Juan? ☐

Julián ha coleccionado 34 bolitas. Jacinto le quita 18 bolitas en la noche. Al amanecer, Julián cuenta sus bolitas y se pone a llorar. ¿Cuántas bolitas tiene ahora Julián? ☐



5. Resuelve en tu cuaderno estos problemas mediante un gráfico.

ACTIVIDAD

ORGANICÉMONOS MEJOR

Lucía tenía 10 años cuando nació su prima Marta. ¿Cuántos años tendrá Marta cuando Lucía tenga el doble de su edad?

I. Lee y comprende el problema.

1. ¿De quiénes se habla en el problema? ____

2. Expresa el problema con tus propias palabras.
____
____
____

3. ¿Qué quiere decir la frase "*cuando Lucía tenga el doble de su edad*"?
____
____
____

4. Cuando Marta tenía 0 años, ¿cuántos años tenía Lucía?
____
____
____

5. ¿La respuesta al problema inicial puede ser "*Lucía tiene 15 años y Marta 5 años*"? ¿Por qué?
____
____
____

II. Busca una estrategia.

1. ¿Cuántos años tenía Lucía, cuando Marta tenía 0 años? Y ¿cuándo Marta cumpla 1; 2; 3; 4 años?
____
____
____
____

2. Haz una tabla para observar las edades de Marta y Lucía con el paso de los años.

EDAD DE MARTA	0	1	2	3	4	5	6	7
EDAD DE LUCÍA	10							

3. ¿Puedes usar esta tabla para resolver la pregunta ?, ¿cómo lo harás?

____

____

____

III. Lleva a cabo el plan.

1. Completa la tabla hasta que las edades cumplan con la condición dada en el problema.

EDAD DE MARTA	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
EDAD DE LUCÍA													

Cuando Marta tenga ___ años, Lucía tendrá ___ años

IV. Sácale el jugo al problema.

1. Comprueba tu respuesta.

2. ¿Cómo te ayudó la tabla?

____

____

____

3. Escribe otro problema que se pueda resolver usando el mismo método.

____

____

____

ACTIVIDAD

CARTELES A TU ALREDEDOR

En el aula, colocamos a la vista de todos el siguiente cartel.

Restaurante "SABROSO"

PLATOS	
Arroz a la cubana	S/. 5
Estofado de pollo	S/. 8
Jalea	S/. 9
Pescado frito	S/. 6
Ceviche	S/. 10
Lomo saltado	S/. 7
Bistec	S/. 9
BEBIDAS	
Gaseosa	S/. 2
Limonada	S/. 1

Calentando motores

- Indíqueles que este tipo de cartel lo encontramos frecuentemente.
- Pregúnteles en qué lugares los hemos visto.
- Espere que respondan y señale la utilidad de los mismos.
- Proponga las siguientes preguntas a sus estudiantes:

Familarizándose con el cartel

1. ¿Cuánto cuesta el plato de pescado frito?
2. ¿Qué plato cuesta 8 soles?
3. ¿Qué plato cuesta más barato?

Utilizando el cartel

4. ¿Cuánto se gastará en total por la compra de un plato de arroz a la cubana y un ceviche?
5. Si compramos dos jaleas, ¿cuánto pagaremos?
6. Raúl tiene 3 soles, ¿cuánto le faltará para comprar un ceviche?
7. ¿Cuántos soles más cuesta un bistec que un arroz a la cubana?
8. ¿Cuánto se gastará por la compra de 2 lomos saltados y un arroz a la cubana?
9. Luisa pidió un estofado de pollo, José un lomo saltado y Sonia pidió pescado frito. Si José pagó por todo con un billete de S/. 50, ¿cuánto recibió de vuelto?

Tomando decisiones con el cartel

10. Tres amigos comieron un plato diferente cada uno, y gastaron en total S/. 20. ¿Qué platos compraron?
11. Con un billete de S/. 20, ¿qué almuerzos puedes comprar?
12. Tienes S/. 50 para comprar almuerzos iguales que tengan un plato y una bebida. Si quieres conseguir la mayor cantidad de almuerzos, ¿qué plato y bebida escogerías?, ¿cuántos almuerzos puedes conseguir?

Anexo 1: Tabla de Indicadores de la Prueba de Matemática - ECE-2008

CUADERNILLO 1

Pregunta	Indicadores	Proceso	Bloque temático	Nivel de logro
1	Identifica al menor en un conjunto de números menores que 100.	Aplicación de algorítmos	Sistema de numeración decimal	1
2	Identifica patrones numéricos sencillos, en progresiones aritméticas de números de dos cifras.	Razonamiento y demostración	Sistema de numeración decimal	1
3	Identifica al menor en un conjunto de números menores que 100.	Aplicación de algorítmos	Sistema de numeración decimal	1
4	Establece relaciones de orden entre números menores que 100.	Aplicación de algorítmos	Sistema de numeración decimal	2
5	Identifica la descomposición de un número en centenas, decenas y unidades.	Comunicación matemática	Sistema de numeración decimal	2
6	Recodifica desde una representación grafica a la notación compacta usual números menores que 1000.	Comunicación matemática	Sistema de numeración decimal	2
7	Resuelve problemas aritméticos en los que una cantidad varía en el tiempo, presentados en texto continuo.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
8	Resuelve problemas aritméticos en los que una cantidad varía en el tiempo, presentados en texto continuo.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
10	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de igualación entre cantidades, presentados en texto continuo.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
11	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de igualación entre cantidades, presentados en diversos tipos de texto.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
12	Resuelve problemas relacionados con el uso del algoritmo convencional de la suma.	Razonamiento y demostración	Resolución de problemas aritméticos	2
13	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de igualación entre cantidades, presentados en diversos tipos de texto.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
14	Resuelve problemas de adición de cantidades parciales mediante la lectura de información en una tabla de doble entrada.	Comunicación matemática	Resolución de problemas aritméticos	2
15	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación entre cantidades totales y parciales, presentados en forma breve.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
16	Recodifica desde una descomposición decimal a la notación compacta usual.	Comunicación matemática	Sistema de numeración decimal	2
17	Resuelve problemas de agrupación de objetos, referidos al sistema de numeración decimal.	Resolución de problemas	Sistema de numeración decimal	2
18	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de igualación entre cantidades, presentados en texto continuo.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
19	Compara dos operaciones de adición que se presentan indicadas.	Razonamiento y demostración	Cálculo de sumas y restas	2
20	Resuelve problemas de reagrupación de cantidades, referidos al sistema de numeración decimal.	Resolución de problemas	Sistema de numeración decimal	2
21 *	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de comparación aditiva entre cantidades, presentados en texto continuo.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	Encima del Nivel 2

* La resolución correcta de esta pregunta no fue considerada como requisito para ubicarse en el Nivel 2.

CUADERNILLO 2

Pregunta	Indicadores	Proceso	Bloque temático	Nivel de logro
1	Calcula la suma de varios números menores que 100.	Aplicación de algorítmos	Cálculo de sumas y restas	1
2 * *	Establece relaciones de orden entre números menores que 100.	Aplicación de algorítmos	Sistema de numeración decimal	1
3	Calcula la suma de tres números menores que 50, presentados en formato horizontal.	Aplicación de algorítmos	Cálculo de sumas y restas	1
4	Identifica patrones numéricos sencillos, en progresiones aritméticas de números de dos cifras.	Razonamiento y demostración	Sistema de numeración decimal	1
5	Calcula la suma de dos números menores que 100, con canjes, y propuestos como enunciado verbal.	Aplicación de algorítmos	Cálculo de sumas y restas	1
6	Calcula la diferencia de dos números, el minuendo de dos cifras y el sustraendo con una cifra (por ejemplo 12 - 5, 15 - 8, 13 - 9, etc.)	Aplicación de algorítmos	Cálculo de sumas y restas	1
7	Calcula la suma de dos sumandos, uno de tres cifras y otro de dos cifras, con un canje (“llevando” una vez).	Aplicación de algorítmos	Cálculo de sumas y restas	1
8	Calcula sustracciones de números de dos cifras, con un canje (“prestando” una vez).	Aplicación de algorítmos	Cálculo de sumas y restas	2
9	Identifica equivalencias entre unidades de orden en números menores que 1000.	Comunicación matemática	Sistema de numeración decimal	2
10	Resuelve problemas aritméticos en los que una cantidad varía en el tiempo, presentados en texto continuo.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
11	Resuelve problemas de adición de cantidades parciales mediante la lectura de diagramas de barras o pictogramas.	Comunicación matemática	Resolución de problemas aritméticos	1
12	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación entre cantidades totales y parciales, presentados en forma breve.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
13	Resuelve problemas de adición de cantidades parciales de un total, mediante la lectura de información en una tabla de doble entrada.	Comunicación matemática	Resolución de problemas aritméticos	1
14	Resuelve problemas aritméticos en los que una cantidad varía en el tiempo, presentados en texto continuo y con información numérica adicional a la necesaria.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
15	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de igualación entre cantidades, presentados en diversos tipos de texto.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
16	Recodifica números menores que 1000,desde una descomposición decimal a la notación compacta usual.	Comunicación matemática	Sistema de numeración decimal	2
17 *	Interpreta el valor de posición de los dígitos en un número de dos cifras.	Comunicación matemática	Sistema de numeración decimal	Encima del Nivel 2
18	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación entre cantidades parciales de un total, presentados en textos discontinuos, tales como, avisos, listas, tarifarios, entre otros.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	2
19	Resuelve problemas de reagrupación de cantidades de objetos, referidos al sistema de numeración decimal.	Resolución de problemas	Sistema de numeración decimal	2
20 *	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de comparación aditiva entre cantidades, presentados en texto continuo.	Resolución de problemas	Resolución de problemas aritméticos	Encima del Nivel 2
21 *	Identifica la descomposición de un número en decenas y unidades.	Razonamiento y demostración	Sistema de numeración decimal	Encima del Nivel 2

* La resolución correcta de esta pregunta no fue considerada como requisito para ubicarse en el Nivel 2.

* * El nivel de logro de estas preguntas fue determinado por la complejidad de los procesos que evalúan.