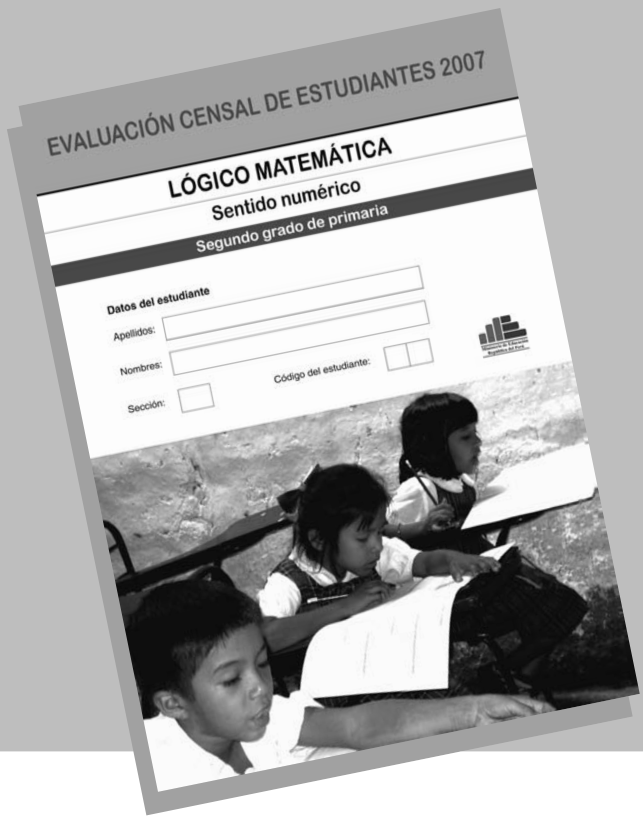
Evaluación Censal de Estudiantes 2007
Segundo grado de primaria

Ministerio de Educación
República del Perú

UMC
Unidad de Medición de la Calidad Educativa



Guía de análisis

Prueba de Lógico Matemática

Estimada o estimado docente:

Como es de su conocimiento, a partir del año 2006, el Ministerio de Educación tomó la decisión de realizar evaluaciones censales anuales en los primeros grados de primaria en las áreas instrumentales y transversales del currículo.

Estas evaluaciones fueron aplicadas a los estudiantes de segundo grado de primaria, por ser este el grado en que finaliza el tercer ciclo de la educación básica regular. Además, se espera que en este ciclo los estudiantes hayan desarrollado sus habilidades para calcular sumas y restas, resolver problemas de texto a partir de situaciones cotidianas de su entorno, así como comprender el sistema de numeración decimal, que les permitirán progresivamente desarrollar otras habilidades de mayor complejidad sobre las que se asentarán los posteriores aprendizajes.

Las evaluaciones censales son importantes porque nos proporcionan información sobre los logros de aprendizaje de cada estudiante evaluado. Asimismo, el análisis de los resultados nos permite tomar decisiones oportunas para mejorar los logros obtenidos.

El propósito de esta guía es orientarlo en el análisis de la prueba censal de Lógico Matemática. El conocimiento e interpretación de los resultados de sus estudiantes le permitirán planificar y desarrollar acciones pedagógicas concretas, ligadas a las necesidades específicas en su aula.

1 ¿En qué consistió la Evaluación Censal de Estudiantes 2007?

La Evaluación Censal de Estudiantes 2007 (ECE-2007) consistió en la aplicación de pruebas que recogen información sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes de segundo grado de todo el país, en *Comprensión de textos* escritos del área Comunicación Integral y *el componente de Número, relaciones de funciones* del área Lógico Matemática.

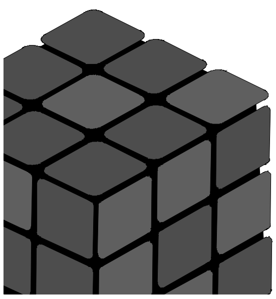
Es muy importante recordar que la ECE-2007 es una evaluación a gran escala, con características particulares que la diferencian de una evaluación de aula, por lo que le sugerimos que use este modelo de evaluación como complementario al que desarrolla permanentemente en el aula.

2 ¿En qué se sustenta la prueba de Lógico Matemática?

La prueba de Lógico Matemática fue diseñada en concordancia con el Diseño Curricular Nacional (DCN), tomando como base las capacidades y logros de aprendizaje requeridos para el final del tercer ciclo[1] .

Se evaluó el componente de Números, relaciones y funciones, considerando el desarrollo cognitivo de los estudiantes, quienes en esta etapa deberían consolidar aprendizajes fundamentales relacionados con la noción de número y la estructura aditiva (estructura conformada por la adición y sustracción de números naturales)

Una adecuada educación matemática debe proporcionar a los estudiantes formas de pensamiento matemático que les permitan enfrentarse con éxito a diversas situaciones problemáticas de la vida diaria.



La matemática es una ciencia en la que el método predomina sobre el contenido[2], es decir la principal finalidad de la enseñanza de la matemática a nuestros niños y adolescentes es desarrollar capacidades para razonar con objetos matemáticos o sin ellos.

La matemática aporta en varios niveles. En primer lugar, en el personal, pues desarrolla en las personas tipos de razonamiento, estrategias para resolver problemas, modos de comunicación precisos y ordenados, formas de argumentación y comprobación. En segundo lugar, aporta a la sociedad en su conjunto, pues promueve capacidades de reflexión y análisis que ayudan a la construcción de una opinión pública bien informada y crítica, a la convivencia democrática, y a una buena formación ciudadana.

3 ¿Cuál fue el objetivo de la ECE-2007 en el área de Lógico Matemática?

La ECE- 2007 nos permite identificar el nivel de logro en que se encuentra cada uno de los estudiantes de segundo grado de primaria de nuestro país, con relación a la comprensión de los números, sus representaciones, las operaciones aritméticas y la aplicación de estos conceptos para resolver diversos problemas. Es decir, esta prueba nos brinda información sobre lo que logran los estudiantes que fueron evaluados en su aula, en relación con los aprendizajes esperados al final del grado[3] .

[1] Ver página 125 del DCN: Al final del segundo grado el estudiante: "Resuelve problemas para cuya solución se requiere aplicar estrategias y conceptos de las operaciones de adición y sustracción de números naturales. Aprecia la utilidad de los números en la vida diaria, demuestra confianza en sus propias capacidades y perseverancia en la búsqueda de soluciones".

[2] GIL, P. y M. DE GUZMÁN. 1993. Enseñanza de las ciencias y la matemática. Tendencias e innovaciones. Madrid: Popular

[3] Los niveles de logro agrupan las tareas matemáticas según su nivel de dificultad. Para mayor información, véase la página 4 de este documento.

4 ¿Cómo está organizada la prueba de Lógico Matemática?

La prueba consta de veintiún preguntas de distintos grados de dificultad, referidas a tres bloques temáticos o contenidos: cálculo de sumas y restas, sistema de numeración decimal y problemas aritméticos. Cada pregunta contiene un enunciado con información suficiente para responder a la pregunta, y tres alternativas de respuesta, siendo una de ellas la correcta y las otras distractores referidos a errores en los que probablemente podrían incurrir los estudiantes.

Por ejemplo:

La ECE-2007 evaluó el uso de los números, sus propiedades y sus operaciones mediante tareas referidas a las capacidades de Resolución de problemas, Razonamiento y demostración y Comunicación matemática. Estas capacidades acompañan a la persona toda su vida y tienen que desarrollarse sistemáticamente desde los primeros grados.

Dado que diferentes evaluaciones e investigaciones muestran evidencias de un trabajo pedagógico principalmente relacionado con los cálculos aritméticos, en esta prueba se incluyeron preguntas referidas a la capacidad de Aplicación de algoritmos (cálculos de adiciones y sustracciones).
A continuación se describen brevemente las capacidades evaluadas en esta prueba:

4.1 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El desempeño eficaz en matemática está principalmente asociado con la capacidad de resolver problemas, ya que por medio de ellos se introducen conceptos nuevos, se aplican los ya aprendidos o se integran diversos conocimientos. La elaboración de estrategias personales para resolver problemas genera en los estudiantes confianza en sus posibilidades de hacer matemática, estimula su autonomía y creatividad, pone de manifiesto el grado de comprensión de los conocimientos y facilita mecanismos de transferencia a otras situaciones. Esta capacidad debe trabajarse desde los primeros grados de escolaridad, pues promueve el razonamiento, la creatividad, la comunicación y la búsqueda de relaciones entre conceptos.

La resolución de problemas se evaluó mediante problemas de adición o sustracción, en los que se debía establecer relaciones entre cantidades parciales y la cantidad total, la variación de una cantidad en el tiempo, comparar cantidades y establecer relaciones de igualdad.

4.2 COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

En la actualidad, las publicaciones de carácter masivo —como periódicos, revistas o folletos publicitarios— incluyen, en la presentación de la información que brindan, mapas, planos, gráficos estadísticos, tablas numéricas y otros gráficos de tipo matemático que permiten acceder a la información de una manera compacta, sintética y precisa.

El proceso de comunicación ayuda a construir significados, a fijar nuevas nociones y a hacer públicas las propias. Se comunica cuando se argumenta un resultado matemático, cuando se interpretan gráficos estadísticos, o cuadros numéricos, cuando se extrae información cuantitativa de avisos, cuando se interpretan los resultados numéricos en un contexto. La puesta en práctica de capacidades comunicativas ha de constituir una forma fundamental de expresar las ideas matemáticas en todos los niveles de escolaridad.

La comunicación matemática se ha evaluado mediante tareas que requieren la lectura e interpretación de gráficos de barras, listas de precios y cuadros de doble entrada con el fin de tomar las decisiones adecuadas.

4.3 RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

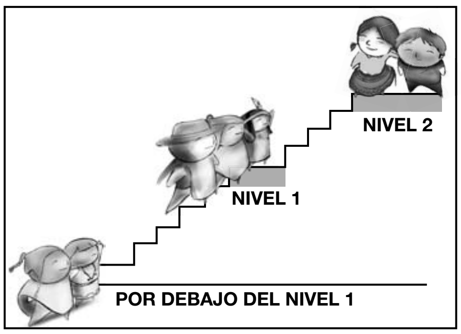
Desde los primeros grados los estudiantes desarrollan sus habilidades de razonamiento, al formular y analizar conjeturas, o cuando justifican sus apreciaciones. El razonamiento es una parte integrante del quehacer matemático y está en la base de las otras capacidades.

Se razona cuando se establecen relaciones lógicas entre conceptos, cuando se discrimina información relevante, se identifican regularidades, se establecen analogías, se formulan conjeturas, entre otras.

Esta capacidad se ha evaluado mediante tareas que requieren el uso de distintas representaciones de números de hasta dos cifras: en contextos matemáticos o reales, el cambio de una representación a otra, y la identificación de regularidades en secuencias numéricas.

5 ¿Cómo se agruparon las tareas matemáticas de la prueba según su nivel de dificultad?

Las tareas matemáticas consideradas en esta evaluación han sido organizadas según su dificultad en dos niveles de logro (nivel 2 y nivel 1), siendo el nivel 2 el que agrupa las tareas de mayor dificultad y el nivel 1 el que agrupa las tareas de menor dificultad.



El nivel 2 es el nivel esperado para el grado, es decir, este nivel abarca las tareas que debería poder realizar el estudiante de segundo grado al terminar el año.

Los niveles de logro establecidos para la ECE-2007 son inclusivos, por lo que el logro de las tareas de un nivel de mayor dificultad implica el desarrollo de las tareas del nivel anterior, es decir, las de menor dificultad. Así, los estudiantes que fueron ubicados en el nivel 2 pueden desarrollar las tareas que pertenecen a ese nivel y al nivel 1.

Los estudiantes que ni siquiera logran desarrollar las tareas del nivel 1 se encuentran por debajo del nivel 1.

TAREAS MATEMÁTICAS QUE LOS ESTUDIANTES PUEDEN REALIZAR EN CADA NIVEL DE LOGRO

NIVEL 2

Además de realizar las tareas del nivel 1, los estudiantes ubicados en este nivel pueden:

- establecer relaciones de equivalencia entre distintas representaciones de los números.
- identificar el valor de posición de las cifras de un número.
- leer e interpretar gráficos y cuadros numéricos diversos,
- resolver problemas de adición y sustracción de hasta tres etapas, con discriminación e integración de información.

Estos estudiantes pueden razonar con problemas no rutinarios, es decir problemas para los cuales la regla o procedimiento de solución no es evidente, pueden desarrollar estrategias propias y utilizar representaciones no convencionales de los números.

En este nivel deberían ubicarse todos los estudiantes.

NIVEL 1

Los estudiantes ubicados en este nivel pueden:

- realizar adiciones y sustracciones de números de hasta dos dígitos.
- establecer relaciones de orden entre números de dos dígitos.
- identificar patrones numéricos sencillos,
- leer e interpretar gráficos y cuadros numéricos sencillos.

Estos estudiantes pueden seguir instrucciones paso a paso, resolver ejercicios directos de contexto puramente matemático o problemas rutinarios de contexto real, es decir problemas en los que la regla o procedimiento de solución es evidente, o es comúnmente trabajado en aula.

POR DEBAJO DEL NIVEL 1

Los estudiantes ubicados por debajo del nivel 1 no logran resolver todas las tareas matemáticas del nivel 1.

6 ¿Qué resultados han obtenido los estudiantes peruanos a escala nacional, considerando algunos estratos?

El cuadro que se presenta a continuación contiene los resultados[4] a escala nacional de los estudiantes en la ECE-2007, en la prueba de Lógico Matemática. Estos resultados muestran, en términos de porcentaje, la distribución de la población según los niveles de logro definidos anteriormente (nivel 2, nivel 1 y el grupo por debajo del nivel 1).

Estos resultados se presentan de manera referencial para que los miembros de la escuela puedan reflexionar y evaluar los logros obtenidos por los estudiantes de su IE, con respecto a los resultados obtenidos por los estudiantes a escala nacional y con respecto a sus pares que asisten a IE de características similares (IE estatales - no estatales y polidocentes completas - multigrado y unidocentes). El análisis de estos resultados permitirán establecer metas concretas, realistas y objetivas para la mejora de la calidad educativa en el aula y en la escuela.

A continuación se presenta la distribución de los estudiantes a escala nacional en cada nivel de logro y según algunos estratos.

TABLA 1: RESULTADOS DE LOS ESTUDIANTES EVALUADOS A ESCALA NACIONAL LÓGICO MATEMÁTICA

	NACIONAL	SEGÚN GESTIÓN		SEGÚN CARACTERÍSTICA	
		Estatal	No estatal	Polidocente completa	Multigrado y unidocente
	%	%	%	%	%
Nivel 2	**7.2**	**6.3**	**11.1**	**8.2**	**4.6**
Nivel 1	**36.3**	**33.7**	**47.2**	**38.8**	**28.8**
Por debajo del nivel 1	**56.5**	**60.0**	**41.7**	**53.0**	**66.6**
Total	**100.0**	**100.0**	**100.0**	**100.0**	**100.0**

Este es el nivel en el que deberían estar todos los estudiantes al terminar el grado.

Como se puede observar, el bajo porcentaje de estudiantes en el nivel 2, nos indica que algunas de las mayores dificultades que presentan los estudiantes en matemática están vinculadas a resolver problemas para los cuales se requiere razonar o desarrollar estrategias propias; utilizar diversos significados para las operaciones; así como utilizar representaciones no convencionales de los números y comprender cabalmente el sistema de decenas y unidades.

Reúnase con el director de su Institución Educativa y solicite el documento que presenta los resultados de los estudiantes en la escuela (Informe de Resultados por Institución Educativa). Analice dichos resultados, ya que ellos le permitirán identificar el porcentaje de estudiantes en cada nivel de logro.

[4] Los resultados de las pruebas fueron recogidos a partir de una muestra representativa a nivel nacional y, por lo tanto, están sujetos a un margen de error técnicamente aceptable. Dichos resultados fueron procesados mediante el modelo Rasch, el cual establece la probabilidad de acierto de una persona ante una pregunta.

Para mayor información sobre el modelo Rasch, consulte el siguiente enlace: www2.minedu.gob.pe/umc/articulos_index.php

7 ¿Qué preguntas se propusieron para evaluar las capacidades de los estudiantes?

A continuación se presenta la descripción y el análisis de cada una de las preguntas que conformaron esta evaluación, así como algunas recomendaciones para ser aplicadas en el aula. Cada pregunta se ha reproducido tal y como fue presentada en la prueba, las preguntas se han organizado para su análisis en tres bloques temáticos o contenidos: cálculos de sumas y restas, comprensión del sistema de numeración decimal (SND) y resolución de problemas aritméticos, y se describen en orden de dificultad.

Para visualizar la escala de dificultad conformada por las preguntas de esta evaluación, se presenta un cuadro con las tareas y el número de pregunta de la prueba, ordenadas según la tasa de acierto (porcentaje de respuestas correctas). De acuerdo con este cuadro, la pregunta más difícil de la prueba fue la pregunta 21 y la pregunta más fácil fue la número 1. Este cuadro nos permite concluir que, por ejemplo, la pregunta 6 fue respondida por un porcentaje mayor de estudiantes que la pregunta 16.

El cuadro muestra las tareas requeridas para que un estudiante pertenezca al Nivel 2, así como las tareas requeridas para pertenecer al Nivel 1. Por ejemplo las preguntas 12, 9 ó 17 no se consideraron como tareas que se exigirían a un estudiante para pertenecer al Nivel 1. También se observa que las preguntas 20 y 21 no se consideraron como tareas exigidas a los estudiantes del Nivel 2. Sin embargo estas preguntas pueden y deben trabajarse en el grado; su inclusión dependerá de las características particulares de sus estudiantes.

ORDENAMIENTO DE PREGUNTAS POR NIVEL DE LOGRO

MÁS DIFÍCIL

NIVELES	Nº DE PREGUNTA	CAPACIDAD	BLOQUE TEMÁTICO O CONTENIDO	TAREAS MATEMÁTICAS
ENCIMA DEL NIVEL 2	21	Razonamiento y demostración	Sistema de numeración decimal	Identifica la descomposición de un número en decenas y unidades.
	20	Resolución de problemas	Problemas aritméticos de suma o resta	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de comparación aditiva entre cantidades, presentados en texto continuo.
NIVEL 2	19	Resolución de problemas	Sistema de numeración decimal	Resuelve problemas de agrupación de objetos, referidos al sistema de numeración decimal.
	16	Razonamiento y demostración	Sistema de numeración decimal	Recodifica desde una descomposición decimal a la notación compacta usual.
	18	Resolución de problemas	Problemas aritméticos de suma o resta	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación entre cantidades parciales de un total, presentados en diversos tipos de texto, como dibujos, avisos, listas, etc.
	17	Razonamiento y demostración	Sistema de numeración decimal	Establece la equivalencia entre unidades de distinto orden, hasta las decenas.
	9	Razonamiento y demostración	Sistema de numeración decimal	Interpreta el valor de posición de los dígitos en un número de dos cifras.
	14	Resolución de problemas	Problemas aritméticos de suma o resta	Resuelve problemas aritméticos en los que una cantidad varía en el tiempo, presentados en texto continuo y con información numérica adicional a la necesaria.
	12	Resolución de problemas	Problemas aritméticos de suma o resta	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación entre cantidades totales y parciales, presentados en forma breve.
NIVEL 1	13	Comunicación matemática	Problemas aritméticos de suma o resta	Resuelve problemas de adición de cantidades parciales mediante la lectura de información en una tabla de doble entrada.
	15	Comunicación matemática	Problemas aritméticos de suma o resta	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de igualación entre cantidades, presentados en diversos tipos de texto.
	11	Comunicación matemática	Problemas aritméticos de suma o resta	Resuelve problemas de adición de cantidades parciales mediante la lectura de un diagrama de barras.
	10	Resolución de problemas	Problemas aritméticos de suma o resta	Resuelve problemas aritméticos en los que una cantidad varía en el tiempo, presentados en texto continuo.
	8	Aplicación de algoritmos	Cálculo de sumas y restas	Calcula restas de números de dos cifras, con un canje. ("prestando" una vez)
	4	Razonamiento y demostración	Sistema de numeración decimal	Identifica patrones numéricos sencillos, en progresiones aritméticas de números de dos cifras.
	6	Aplicación de algoritmos	Cálculo de sumas y restas	Calcula restas de dos números, el minuendo de dos cifras y el sustraendo con una cifra (por ejemplo 12 - 5, 15-8, 13-9, etc.)[5]
	7	Aplicación de algoritmos	Cálculo de sumas y restas	Calcula sumas de dos números, uno de tres cifras y otro de dos cifras, con un canje. ("llevando" una vez)
	3	Aplicación de algoritmos	Cálculo de sumas y restas	Calcula sumas de tres números, dos de una cifra y uno de dos cifras.
	2	Aplicación de algoritmos	Sistema de numeración decimal	Identifica al mayor de tres números de dos dígitos.
	5	Aplicación de algoritmos	Cálculo de sumas y restas	Calcula sumas de dos números de dos dígitos cada uno, sin canjes, y propuestos como enunciado verbal.
	1	Aplicación de algoritmos	Cálculo de sumas y restas	Calcula restas de dos números de un dígito.

MÁS FÁCIL

[5] Note que en estos casos el dígito de las unidades del minuendo es menor que el dígito del sustraendo.

A continuación se presentan las preguntas de cada bloque temático o contenido (cálculo de sumas y restas, sistema de numeración decimal, problemas aritméticos de suma o resta), ordenadas de menor dificultad a mayor dificultad.

Para analizar cada una de las preguntas, le pedimos que realice esta lectura con una prueba en la mano. Cada pregunta de la prueba responde a una capacidad y a un bloque temático o contenido.

7.1 CÁLCULO DE SUMAS Y RESTAS

El uso de algoritmos fue evaluado mediante tareas para calcular sumas de hasta tres sumandos de uno o dos dígitos, calcular restas de dos números de hasta dos dígitos con o sin canjes.

Pregunta 1

Resuelve:

$$9 - 5 =$$

a 4
b 5
c 14

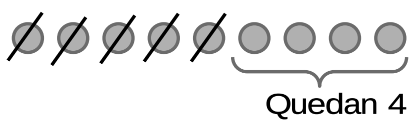
Capacidad: Aplicación de algoritmos
Contenido: Cálculo de sumas y restas
Respuesta Correcta: a
Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para calcular la resta de dos números de un dígito. Es una actividad común en las clases desde los primeros grados.

Para resolverla el estudiante debe interpretar la expresión presentada e identificar que se trata de una sustracción.

Para hallar el resultado, puede recurrir a diversas estrategias, entre estas:

• Representar el número 9 mediante objetos que pueden ser palitos, bolitas, puntos, etc., tachar 5 de ellos y luego contar los objetos que quedan.



• Utilizar medios concretos, como por ejemplo sus dedos, para realizar el cálculo.

• Calcular mentalmente a partir de hechos aprendidos.

Esta pregunta fue la más fácil de toda la prueba, pues casi la totalidad de estudiantes la respondió correctamente.

Pregunta 5

La suma de 54 y 32 es:

a 12
b 14
c 86

Capacidad: Aplicación de algoritmos
Contenido: Cálculo de sumas y restas
Respuesta correcta: **C**
Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para calcular la suma de dos números de dos cifras cada uno, sin canjes.

Para resolverla, el estudiante debe interpretar la situación presentada en un enunciado verbal, como una adición, y seleccionar una estrategia para calcular la suma.

Para hallar el resultado puede recurrir a diversas estrategias, entre estas:

• Calcular mentalmente la adición.

• Realizar reagrupaciones que le resulten convenientes, por ejemplo:

$$\begin{aligned} 54 + 32 &= 50 + 4 + 30 + 2 \\ &= 50 + 30 + 4 + 2 \\ &= 80 + 6 \\ &= 86 \end{aligned}$$

Esto implica una comprensión elemental del sistema de numeración decimal, pues se tiene que realizar una descomposición en decenas y unidades para realizar las reagrupaciones convenientes.

• Aplicar el algoritmo convencional[6] de la adición, para lo cual puede organizar los números en un esquema tradicional en formato vertical y sumar las columnas correspondientes.

$$\begin{array}{r} 54\ + \\ \underline{32} \\ 86 \end{array}$$

A partir de lo anterior, podemos decir que la complejidad de esta pregunta es similar a la suma de dos números de una cifra sin canjes, pues el estudiante realiza sus cálculos por columnas como si estas fueran independientes.

El nivel de complejidad de esta pregunta y la anterior son muy similares. Ambas son sencillas y familiares a los estudiantes.

Pregunta 3

Resuelve:

3 + 25 + 4

a 14
b 32
c 59

Capacidad: Aplicación de algoritmos
Contenido: Cálculo de sumas y restas
Respuesta correcta: b
Nivel de logro: 1

[6] Procedimiento que consiste en colocar los sumandos en orden vertical, y para hallar el total se debe ir sumando dígitos por cada columna de derecha a izquierda.

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para calcular la suma de tres números, dos de una cifra y uno de dos cifras, con un canje, propuesto en formato horizontal.

Para resolver esta pregunta el estudiante debe identificar que se trata de una adición de tres sumandos.

Para hallar la respuesta puede utilizar diversas estrategias, entre estas:

• Asociar parejas de números para sumar, por ejemplo:

$(3 + 25) + 4$	$3 + (25 + 4)$
$28 + 4$	$3 + 29$
32	32

• Realizar un conteo simple, a partir del 25 (número mayor) y seguir contando 3 y 4 unidades más.

• Realizar reagrupaciones que faciliten el cálculo, por ejemplo: separar decenas (20), sumar unidades (3 + 5 + 4) y sumar estos resultados.

$$3 + \underbrace{25}_{} + 4$$
$$3 + 20 + 5 + 4$$
$$20 + 3 + 5 + 4$$
$$20 + 12$$
$$32$$

• Aplicar el algoritmo convencional de la adición.

La dificultad de esta pregunta podría centrarse principalmente en el número de sumandos, pues a los estudiantes les resulta más familiar trabajar sumas con dos sumandos.

Pregunta 7

Resuelve:

$$\begin{array}{r} 342 + \\ 63 \\ \hline \end{array}$$

a 305
b 405
c 3 105

Capacidad: Aplicación de algoritmos
Contenido: Cálculo de sumas y restas
Respuesta correcta: b
Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para calcular la suma de dos números, uno de tres cifras y otro de dos cifras, con un canje, presentado en formato vertical. Para resolver correctamente esta pregunta el estudiante debe identificar que se trata de una suma.

Para hallar el resultado puede usar diversas estrategias, entre estas:

• Descomponer cada sumando en centenas, decenas y unidades y reagrupar convenientemente.

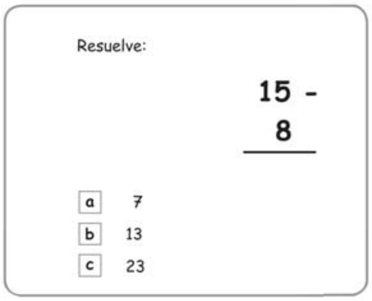
Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 342 &= 300 + 40 + 2 \\ 63 &= \quad\quad\;\; 60 + 3 \\ 342 + 63 &= 300 + 100 + 5 \\ &= \quad 400 \quad + 5 \\ &= \quad\quad 405 \end{aligned}$$

• Calcular mentalmente agrupando de manera conveniente.
• Utilizar el algorítmo convencional de la adición.

La dificultad de esta pregunta podría estar centrada en el hecho de que se trata de una adición en la que se debe realizar un canje.

Pregunta 6


Resuelve:

15 -
8

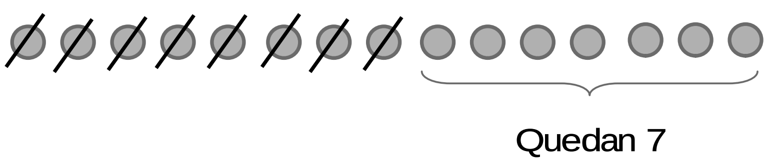
a 7
b 13
c 23

Capacidad: Aplicación de algoritmos
Contenido: Cálculo de sumas y restas
Respuesta correcta: a
Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para realizar restas de dos números, donde el minuendo es de dos cifras y el sustraendo es de una cifra. Para resolver esta pregunta debe identificar que se trata de sustracción.

Para hallar el resultado puede hacer uso de diversas estrategias entre estas:

• Representar el número 15 mediante objetos que pueden ser palitos, bolitas, puntos, etc., tachar 8 de ellos, y luego contar los objetos que quedan.

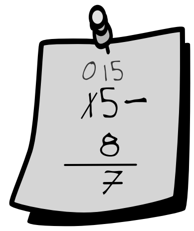


• Utilizar medios concretos como por ejemplo los dedos, para contar hacia atrás desde 15.

• Descomponer el 15 en 10 + 5, luego el cálculo se puede hacer de la siguiente manera:

10 – 8 = 2
2 + 5 = 7

• Calcular mentalmente.



• Aplicar el algoritmo convencional. En este caso su uso es innecesario, pues el método consiste en restar los dígitos correspondientes al mismo orden de posición. En este caso, al identificar que no se puede “quitar” 8 a 5, se debe separar una decena del 15, es decir, prestan un 10 al dígito de las unidades, volviendo nuevamente a obtener la misma sustracción, tal como se muestra en el diagrama de la derecha[7]. En este caso, podemos decir que el estudiante usa de manera innecesaria el algoritmo convencional de la resta como consecuencia de la mecanización en el uso del algoritmo, perdiendo de vista la comprensión del mismo y la mirada global como un todo integrado.

Pregunta 8

Resuelve:

83 -
54

a 137
b 31
c 29

Capacidad: Aplicación de algoritmos
Contenido: Cálculo de sumas y restas
Respuesta correcta: C
Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para calcular la resta de números de dos cifras, con un canje. Para resolverla los estudiantes deben identificar que se trata de una sustracción.
Para hallar el resultado puede hacer uso de diversas estrategias, entre estas:

• Transformar números para facilitar el cálculo. Por ejemplo:

Como 83 = 84 – 1,
entonces: 83 – 54 = 84 – 1 – 54
= 84 – 54 – 1
= 30 – 1
= 29

Como 54 = 53 + 1,
puedo realizar restas sucesivas:
83 –53 = 30
30 – 1 = 29

• Utilizar el algoritmo convencional para calcular la resta.

Aproximadamente la quinta parte elige erradamente la alternativa b (31), que es el resultado de restar 4 – 3 = 1 para la cifra de las unidades, y 8 – 5 = 3 para la cifra de las decenas.

Restan 8 - 5

83 -
54
31

Restan 4 – 3 en lugar de 13 – 4, perdiendo de vista el significado global del número: 3 es la cifra de las unidades del 83 y 4 es la cifra de las unidades del 54.

7 Evaluación Nacional del rendimiento estudiantil 2004. Reporte de resultados. Formación matemática. Segundo grado de primaria. Ver en www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/en2004/MatematicaP2_6.pdf

Esto es preocupante y da cuenta de que los estudiantes aplican de manera mecánica el algoritmo convencional de la sustracción y realizan restas aisladas, columna por columna, de las cífras que conforman un número, como si se tratara de restas independientes. Esto último puede deberse a la falta de comprensión del valor de posición que una cífra tiene en el número.

CUADRO DE PREGUNTAS DE CÁLCULO DE SUMAS Y RESTAS

MÁS DIFÍCIL

NIVEL	Nº DE PREGUNTA	CAPACIDAD	TAREAS MATEMÁTICAS
NIVEL 1	8	Aplicación de algoritmos	Calcula restas de números de dos cifras, con un canje.
	6	Aplicación de algoritmos	Calcula restas de dos números, el minuendo de dos cifras y el sustraendo con una cifra (por ejemplo 12 - 5, 15 – 8, 13 - 9, etc.)[8]
	7	Aplicación de algoritmos	Calcula sumas de dos números, uno de tres cifras y otro de dos cifras, con un canje.
	3	Aplicación de algoritmos	Calcula sumas de tres números, dos de una cifra y uno de dos cifras.
	5	Aplicación de algoritmos	Calcula sumas de dos números de dos dígitos cada uno, sin canjes, propuestos como enunciado verbal.
	1	Aplicación de algoritmos	Calcula restas de dos números de un dígito.

MÁS FÁCIL

¤¿A QUÉ SE DEBE LA COMPLEJIDAD DE ESTAS TAREAS?

La dificultad para responder estas tareas está asociada al nivel de comprensión del sistema de numeración decimal, pues parte de la lógica de los algoritmos convencionales de las adiciones y sustracciones se basa en canjes de unidades de orden. Esto implica que aquellos cálculos en los que intervenga este proceso de transformación de unidades sean más complejos. Los cálculos más sencillos son los que se pueden resolver a partir de la evocación de hechos; por ejemplo, restas o sumas de números de una cifra, que frecuentemente son aprendidos por repetición. Otra estructura que resulta sencilla para los estudiantes es la suma y resta de números de dos cifras sin canjes. Los cálculos más complejos para los estudiantes son las adiciones y sustracciones con canjes, siendo esta última la de mayor dificultad.

En general, adiciones que incluyen más de dos sumandos o están presentadas en formato horizontal, suelen ser más difíciles que con dos sumandos o las presentadas en forma vertical.

¤¿CUÁLES SON LAS DIFICULTADES ENCONTRADAS EN LOS ESTUDIANTES?

La principal dificultad encontrada es el uso mecánico e irreflexivo de los algoritmos convencionales, es muy usual encontrar que suman o restan las cifras correspondientes a un orden de posición, obviando el significado del dígito en el número.

$$\begin{array}{r} 38+ \\ 54 \\ \hline 812 \end{array}$$

Los estudiantes no comprenden el valor de posición y trabajan como si se tratara de un sistema de solo unidades. Por ejemplo, consideran el 25 como 25 unidades pero no lo comprenden como 2 decenas y cinco unidades. Esto posiblemente se debe a que aún no se ha logrado una comprensión adecuada del sistema de numeración decimal.

[8] Note que en estos casos el dígito de las unidades del minuendo es menor que el digito del sustraendo.

RECOMENDACIONES - CÁLCULO DE SUMAS Y RESTAS

UTILICE DIVERSOS ALGORITMOS

Los algoritmos convencionales no son los únicos que existen. Estos cálculos pueden ser resueltos usando una diversidad de métodos algorítmicos diferentes de los tradicionales. Los algoritmos nos permiten simplificar los cálculos y no son una meta de aprendizaje en sí misma. El comprender diversos algoritmos nos permite consolidar la comprensión del sistema de numeración decimal y posicional.
Por ejemplo: Calcule la suma de 156 + 168:

```
 1 5 6 +
 1 6 8
 -----
 2          Para 100 + 100
 1 1        Para 50 + 60
   1 4      Para 6 + 8
 -----
 3 2 4
```

PERMITA QUE LOS ESTUDIANTES CREEN SUS PROPIOS ALGORITMOS

Los primeros métodos de cálculo que pueden crear los niños pueden ser poco eficientes; sin embargo, esto a su vez les genera confianza en sus posibilidades. Los niños tienen que aprender a confiar en sus propias capacidades, de esta manera le dan sentido a la matemática. La enseñanza de los algoritmos convencionales sin un proceso previo de reflexión y de comprensión, lleva a la automatización y la mecanización de procesos.
Fomente que los estudiantes creen sus propias estrategias para calcular, que elaboren o adapten sus propios algoritmos. Los niños deben transitar por sus propios procesos antes de apropiarse de los "métodos" creados por los adultos. La elaboración de sus propias estrategias les permitirá fortalecer y ampliar la comprensión del sistema de numeración decimal.

TRABAJE ESTIMACIONES Y CÁLCULOS APROXIMADOS

Una herramienta fundamental en nuestra vida cotidiana es la capacidad de hacer estimaciones. En general, muchas veces no necesitamos los cálculos exactos, y sí una aproximación a un determinado resultado para tomar una decisión. Por ejemplo, veamos la siguiente pregunta:

Calcula 75 + 98:

a. 29 — Esta alternativa no puede ser la respuesta. La suma tiene que ser mayor que 100, pues uno de los sumandos es 98.

b. 1613 — Esta alternativa no puede ser la respuesta. La suma tiene que ser menor que 200, pues los dos sumandos son menores que 100.

c. 173 — Esta es la respuesta, ya que se puede estimar que la suma se encuentra alrededor de 170.

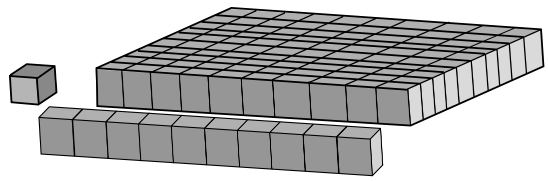
De esta manera, el realizar estimaciones nos aproxima a la respuesta y nos ayuda a descartar respuestas absurdas e identificar nuestros propios errores. El docente podría pedir a los estudiantes que antes de hallar el resultado de la operación estimen su respuesta, luego que apliquen alguna estrategia para hallar la suma y que finalmente comprueben si su estimación está próxima al resultado.

ESTIMULE SU CÁLCULO MENTAL

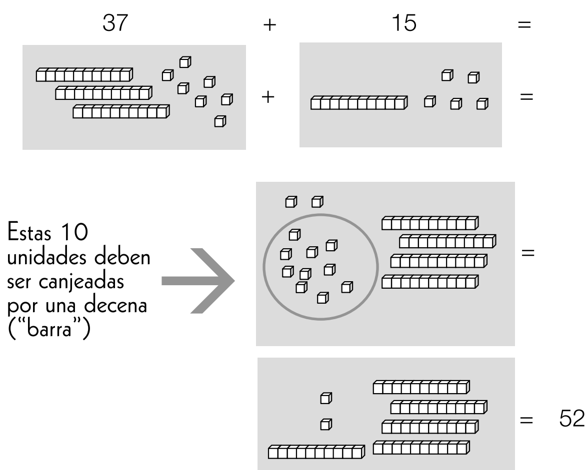
Los estudiantes deben desarrollar estrategias de cálculo mental, pues aporta al desarrollo de la creatividad, la flexibilidad de pensamiento, y la confianza en sus potencialidades. Calcular mentalmente le permite crear sus propios métodos, como por ejemplo usar descomposiciones y reagrupaciones convenientes que simplifiquen el cálculo, usar patrones (agrupar en decenas, usar dobles), y evocar hechos.

UTILICE MATERIAL CONCRETO

El material concreto puede ayudar a desarrollar nociones básicas de adición y sustracción, y a la comprensión del SND. Por ejemplo, el trabajar con los bloques multibásicos nos puede permitir realizar canjes entre unidades y decenas (“cubitos” y “barras”), o decenas y centenas (“barras” y “planchas”).



En ese sentido, al sumar cantidades como 37 + 15 con ayuda del material concreto, nos permitirá realizar canjes y comprender el sentido de estos. Observe el siguiente diagrama:



Se pueden realizar canjes similares entre decenas y centenas.

7.2 SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

El sentido numérico se adquiere por el conocimiento de los números, sus distintos significados y usos, y mediante la exploración de las relaciones numéricas. En ese sentido, la comprensión del sistema de numeración decimal fue evaluada mediante tareas que indagan si los estudiantes son capaces de:

- Transformar números de una unidad de orden a otra.
- Identificar la equivalencia entre unidades de orden.
- Identificar diversas descomposiciones de un número en decenas y unidades.
- Interpretar el valor de posición de los dígitos en un número de dos cifras.
- Transformar desde un tipo de descomposición decimal a la notación compacta.
- Resolver problemas de agrupación y canje.

Pregunta 2

¿Cuál es el número **MAYOR**?

34 29 43

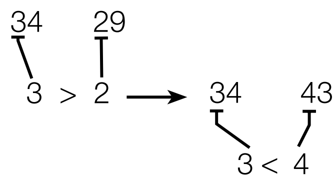
a 29
b 34
c 43

Capacidad: Aplicación de algoritmos
Contenido: Sistema de numeración decimal
Respuesta correcta: C
Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para establecer relaciones de orden en un grupo de tres números naturales de dos dígitos. Para responderla debe comparar las cantidades presentadas e identificar al mayor del grupo.

El estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

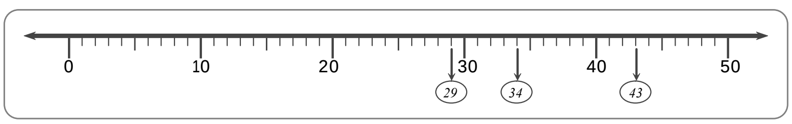
- Comparar parejas de números y seleccionar en cada comparación al mayor. Para esto es suficiente que el estudiante compare las cifras correspondientes a las decenas y concluir que "4" es la mayor decena. Por tanto, el 43 es el mayor de los tres números. Por ejemplo: 34 y 29; entonces, el mayor es 34; 34 y 43; entonces, el mayor es 43, por lo tanto el mayor de los tres es 43.



Por lo tanto 43 es el mayor

Los tres números contienen decenas diferentes; basta comparar estas cifras.

- Utilizar el orden natural de conteo para concluir que el 43 es mayor, "pues viene después de 29 y de 34".



Esta es una tarea que ha resultado fácil para los estudiantes, pues la gran mayoría la resuelve correctamente.

Pregunta 4

¿Qué número sigue?

14; 17; 20; 23; ___

a 26
b 25
c 24

Capacidad: Razonamiento y demostración
Contenido: Sistema de numeración decimal
Respuesta correcta: a
Nivel de logro: 1

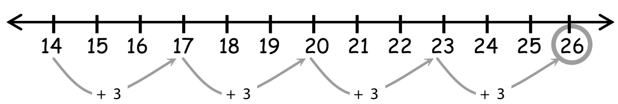
Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para identificar patrones numéricos sencillos. En este caso, se presenta una lista de cuatro números que siguen una ley de formación y se pide hallar el número que continúa esta secuencia. Para resolverla debe relacionar sus elementos y descubrir su patrón de formación.

Para hallar el resultado el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

- Recordar la lista como parte de una secuencia numérica de conteo, que en este caso es de 3 en 3.
- Comparar las parejas de números e inferir la regla de formación. Por ejemplo:

¿Qué sucede entre el 14 y el 17?	14	$\xrightarrow{?}$	17
Aumenta 3	14	$\xrightarrow{+3}$	17
¿Qué sucede entre el 17 y el 20? También aumenta 3	17	$\xrightarrow{+3}$	20
Regla de formación: aumenta 3	20	$\xrightarrow{+3}$	23
Aplicar la regla de formación: 23 + 3 = 26	23	$\xrightarrow{+3}$	26

- Representar la serie en una recta numérica y establecer la relación entre sus elementos:



La cuarta parte de la población respondió erróneamente esta pregunta, siendo el error más frecuente elegir la alternativa c (24) como repuesta. Es posible que utilicen solo el último término de la secuencia para responder, y continúen contando a partir de él (a 23 sigue el 24).

Pregunta 9

50 unidades es igual a:

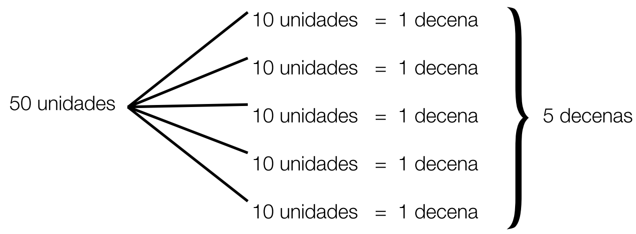
a) 5 unidades
b) 5 decenas
c) 50 decenas

Capacidad: Razonamiento y demostración
Contenido: Sistema de numeración decimal
Respuesta correcta: b
Nivel de logro: 2

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para identificar la equivalencia entre unidades de orden, específicamente entre unidades y decenas. Con frecuencia se plantea la transformación desde decenas a unidades mediante preguntas como "¿Cuántas unidades hay en 5 decenas?"; sin embargo, esta pregunta pide la transformación desde unidades a decenas. Para resolverla es necesaria la comprensión de la estructura del sistema de numeración decimal.

Para hallar el resultado el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

- Reagrupar el número 50 en grupos de 10, para así obtener el número de decenas al que es equivalente. En el diagrama se observa que 50 unidades está conformada por 5 grupos de diez unidades cada uno. Cada grupo de 10 unidades representa una decena. Por ello, se puede concluir que 50 unidades es equivalente a 5 decenas.



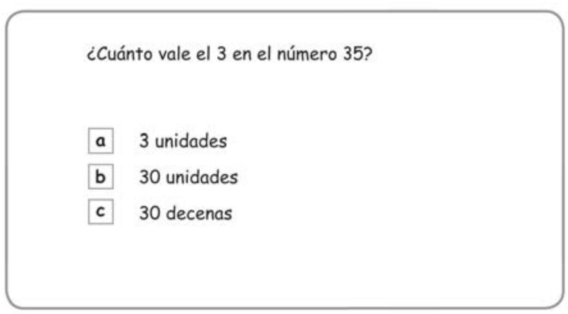
- Considerar la equivalencia entre las unidades de orden, en ambos sentidos (reversibilidad de pensamiento). Es decir, entender que 1 decena equivale a 10 unidades, y también que 10 unidades equivalen a 1 decena. A partir de ello recién puede determinar que 50 unidades son equivalentes a 5 decenas.

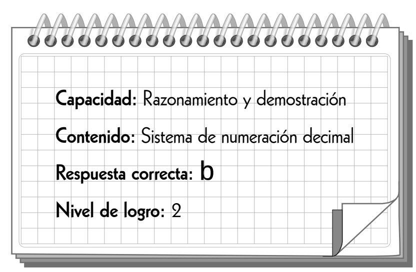
1 decena = 10 unidades

es equivalente a decir 10 unidades = 1 decena

Esta pregunta fue resuelta incorrectamente por más de la mitad de estudiantes. La alternativa c (50 decenas) fue elegida por casi la tercera parte. Probablemente estos estudiantes no establecen la equivalencia entre unidades y decenas, y solo construyen los números a partir de las unidades. Por ejemplo, un grupo de 24 unidades las conciben globalmente solo como 24 unidades y no pueden comprender que también representa dos grupos de 10 unidades y 4 grupos de una unidad.

Pregunta 17

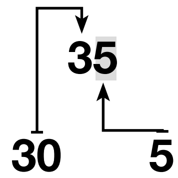




Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para interpretar el valor de posición de los dígitos en un número de dos cifras. Generalmente, en la práctica pedagógica esta capacidad se trabaja con los tableros posicionales; sin embargo, en este caso se parte de una representación verbal y la pregunta hace referencia al valor de un dígito en un número. Para responder esta pregunta debe interpretar el valor de posición del 3, lo cual requiere que primero identifique al 3 como representación de 3 decenas, pero dado que las alternativas no muestran este resultado, debe hacer una transformación adicional a unidades. Esto implica la reversibilidad de pensamiento; en este caso, la capacidad de dividir el todo en partes y luego reunir las partes para formar el todo.

Para hallar el resultado el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

- Descomponer el número considerando el valor de posición de cada una de sus cifras y luego establecer otra equivalencia para hallar la respuesta entre las alternativas propuestas:



35 = 3 decenas y 5 unidades
Es decir, 30 unidades y 5 unidades

- Representar el número en el tablero posicional y luego interpretar su valor:

D	U
3	5

3 está en las casillas de las decenas.
3 decenas = 30 unidades

La respuesta incorrecta que eligió casi la tercera parte, fue la alternativa a (3 unidades); es decir, no tomaron en cuenta el valor de posición del 3, ni las unidades de orden.

Pregunta 16

¿Qué número es igual a 8 unidades y 3 decenas?

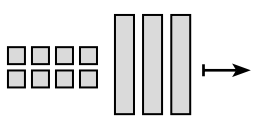
a 83
b 38
c 11

Capacidad: Comunicación matemática
Contenido: Sistema de numeración decimal
Respuesta correcta: b
Nivel de logro: 2

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para transformar un número desde una descomposición decimal a su notación compacta; es decir, 38. El enunciado se presenta en forma verbal y sin abreviaturas (U, D, C, etc.). Generalmente, este tipo de transformación de una representación a otra se presentaría como 3 decenas y 8 unidades, de forma directa. Sin embargo, en la pregunta se presenta primero las unidades y luego las decenas, que no es el orden usual. Para resolverla debe integrar información para recomponer un número (8 unidades, 3 decenas = 3 decenas, 8 unidades = 38).

Para hallar el resultado el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

- Representar gráficamente las cantidades y luego hallar el número que representa:



38

- Sumar cada una de las “cantidades” del enunciado, pues la suma será igual al número pedido:

8 unidades 8
3 decenas 30
8 + 30 = 38

• Mediante el uso del tablero posicional:

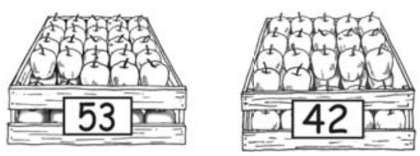
D	U
3	8

El error más frecuente es creer que la alternativa a (83) es la respuesta. Esto responde a un patrón errado, en el que se considera que el número que se presenta primero corresponde a las decenas y el segundo a las unidades. Este patrón se genera por la mecanización de tareas que presentan un solo orden (D, U) o por el frecuente uso del tablero posicional. Para estos estudiantes el número es un todo que desaparece cuando se descompone. Por ello, es recomendable usar distintas representaciones de los números en las actividades de enseñanza y aprendizaje.

Casi la tercera parte eligió la alternativa c (11), que es la suma de los datos numéricos del enunciado (8 + 3). Es posible que no hayan comprendido la consigna de la pregunta o consideren solo los dígitos sin atribuirles significado.

Pregunta 19

En una caja hay 53 manzanas y en otra hay 42 manzanas.



Quieres guardar todas las manzanas en cajas de 10 manzanas cada una. ¿Cuántas cajas necesitas y cuántas manzanas sobran?

a Necesito 95 cajas y no sobran manzanas.
b Necesito 10 cajas y sobran 5 manzanas.
c Necesito 9 cajas y sobran 5 manzanas.

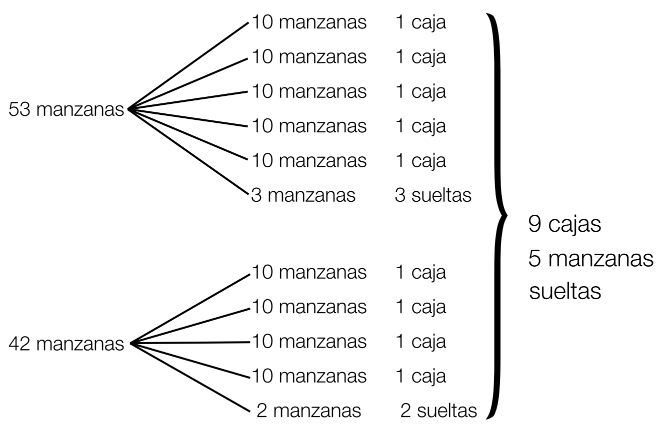
Capacidad: Resolución de problemas
Contenido: Sistema de numeración decimal
Respuesta correcta: C
Nivel de logro: 2

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas de agrupación referidos al sistema de numeración decimal. La situación es familiar al estudiante, se trata de redistribuir objetos en cajas de diez unidades.

Para resolverla se debe interpretar la situación y relacionar la tarea de reagrupar las manzanas partiendo de la realidad con una situación matemática (grupos de decenas y unidades), y realizar la reagrupación pedida.

Para realizar esta reagrupación el estudiante puede recurrir a varias estrategias, entre estas:

• Reagrupar las manzanas de cada caja para determinar cuántas cajas de 10 manzanas se necesitan y cuántas manzanas sobran. Luego, contar la cantidad total de cajas de 10 unidades necesarias.



• Calcular la cantidad total de manzanas, descomponer en decenas y unidades.

53 + 42 = 95 ⟼ 90 + 5

9 decenas 5 unidades

9 cajas 5 manzanas sueltas

Esta pregunta resultó difícil para los estudiantes. Más de la tercera parte comprendió parcialmente la situación, pues sumó la cantidad total de manzanas y eligió erróneamente la alternativa a (95 cajas y no sobran manzanas) como respuesta. Aproximadamente la cuarta parte eligió la respuesta b, es posible que hayan sumado los datos: 53 + 42 + 10, y los hayan distribuido.

Pregunta 21

¿Cuál es igual a 48?

a 48 decenas

b 4 unidades y 8 decenas

c 3 decenas y 18 unidades

Capacidad: Razonamiento y demostración

Contenido: Sistema de numeración decimal

Respuesta correcta: C

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para identificar la descomposición de un número en decenas y unidades. Se presenta un número de dos cifras en su notación compacta (48) y se pide que identifique su representación equivalente (en unidades y decenas). Las alternativas de respuesta presentan formas de descomposición decimal poco usuales y no se presenta la descomposición típica (4 decenas y 8 unidades). Esto implica una mayor reflexión del estudiante al responder la pregunta.

Para resolverla se requiere que identifique la descomposición equivalente entre las alternativas propuestas; es decir, debe transformar todas las alternativas de respuesta a una notación compacta, para poder determinar cuál es la respuesta correcta.

Veamos las estrategias que el estudiante puede seguir para analizar cada alternativa de respuesta:

ALTERNATIVA: $\boxed{a}$ 48 decenas

• 48 decenas son 48 grupos de diez unidades
Es decir, 480 unidades.

En conclusión, 48 decenas NO es 48.

• Mediante el tablero posicional:

D	U
48	0

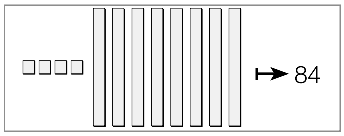
=

C	D	U
4	8	0

En conclusión, 48 decenas NO es 48.

ALTERNATIVA: b 4 unidades y 8 decenas

• Representar gráficamente:



En conclusión,
4 unidades y 8 decenas NO es 48.

• Sumar las cantidades mostradas:
4 unidades y 8 decenas = 4 + 80
= 84

En conclusión,
4 unidades y 8 decenas NO es 48.

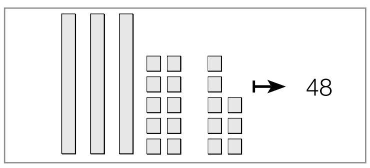
• Mediante el tablero posicional:

D	U
8	4

En conclusión,
4 unidades y 8 decenas NO es 48.

ALTERNATIVA: c 3 decenas y 18 unidades

• Representar gráficamente



Luego contar hasta 48 ó reagrupar en 4 decenas y 8 unidades

En conclusión,
3 decenas y 18 unidades SÍ es 48.

• Sumar las cantidades mostradas:
3 decenas y 18 unidades = 30 + 18
= 48

En conclusión,
3 decenas y 18 unidades SÍ es 48.

• Mediante el tablero posicional:

D	U
3	18

=

D	U
4	8

En conclusión,
3 decenas y 18 unidades SÍ es 48.

Esta pregunta resultó ser la más difícil de la prueba. Menos de la quinta parte de estudiantes la resuelve correctamente. Un gran porcentaje cometió el error de considerar el numeral sin tomar en cuenta su significado, y eligió 48 decenas (alternativa a) ó 4 unidades y 8 decenas (alternativa b).

Como ya hemos visto en otros ejemplos, este patrón se genera por la frecuencia de tareas repetitivas en el aula y en los libros de texto, donde tienden a considerar un solo orden (D, U) o una misma forma de descomposición decimal, lo cual conlleva a los estudiantes a mecanizarse al resolver tareas del SND y a no reflexionar cuando se enfrentan a tareas novedosas.

CUADRO DE PREGUNTAS DE SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL (SND)

MÁS DIFÍCIL

NIVEL	Nº DE PREGUNTA	CAPACIDAD	TAREAS MATEMÁTICAS
Por encima del nivel 2	21	Razonamiento y demostración	Identifica la descomposición de un número en decenas y unidades.
NIVEL 2	19	Resolución de problemas	Resuelve problemas de agrupación de objetos, referidos al sistema de numeración decimal.
	16	Razonamiento y demostración	Recodifica desde una descomposición decimal a la notación compacta usual.
	9	Razonamiento y demostración	Interpreta el valor de posición de los dígitos en un número de dos cifras.
	17	Razonamiento y demostración	Establece la equivalencia entre unidades de distinto orden, hasta las decenas.
NIVEL 1	4	Razonamiento y demostración	Identifica patrones numéricos sencillos, en progresiones aritméticas de números de dos cifras.
	2	Aplicación de algoritmos	Identifica al mayor de tres números de dos dígitos.

MÁS FÁCIL

¤¿EN QUÉ RADICA LA COMPLEJIDAD DE ESTAS TAREAS?

La dificultad radica en la comprensión parcial de la estructura jerárquica del SND (las evidencias muestran que se manejan a nivel de unidades y no a nivel de decenas), el valor de posición y la fluidez en la transformación de una representación a otra. Adicionalmente, un factor de dificultad ha sido el nivel de familiaridad del estudiante con respecto de la representación de un número. Por ejemplo, la pregunta 9 establece la equivalencia entre dos representaciones bastante comunes, y es más fácil que, por ejemplo, la pregunta 21 que usaba una representación poco convencional.

¤ DIFICULTADES ENCONTRADAS EN LOS ESTUDIANTES

Se ha encontrado que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de la estructura jerárquica del sistema de numeración decimal. Comprender la lógica de una base de numeración implica un dominio de la inclusión jerárquica (pensar en un todo y en sus partes constituyentes), para poder tener en cuenta que un número contiene a los anteriores (ver diagrama 1).

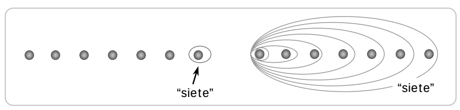


DIAGRAMA 1

Los estudiantes identifican un número dentro de un sistema de unidades. Por ejemplo, para estos estudiantes el número 32 está formado por 32 unidades, no pueden visualizarlo como un número compuesto por tres decenas y dos unidades.

Otro aspecto en el que han tenido dificultades es en la comprensión del valor de posición de los dígitos. En el diagrama 2 se muestra que el dígito 6 tiene distintos valores, dependiendo del lugar en que se encuentra. Sin embargo, los estudiantes consideran erróneamente que en los tres casos el dígito 6 "vale" exactamente lo mismo: 6 unidades. A partir de esta dificultad es que aplican erróneamente algunos algoritmos, como el de la suma y la resta.

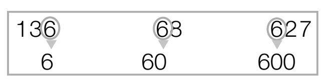


DIAGRAMA 2

Los estudiantes muestran dificultades para utilizar distintas representaciones de un mismo número. Esto requiere un pensamiento reversible del estudiante para que pueda, de forma simultánea, dividir el todo en partes y luego reunir las partes para conformar el todo. Componer y descomponer el número de diversas maneras ayuda a fortalecer la comprensión del SND.

A partir de los resultados de la ECE-2007, y de evaluaciones anteriores, se evidencia que los estudiantes responden mecánicamente a ciertos estímulos tipo que, con frecuencia, se presenta en los textos escolares. Además, cuentan y utilizan cantidades mayores a la decena, pero aún dentro de un sistema de unidades.

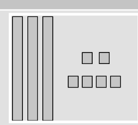
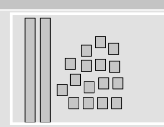
Estas dificultades pueden pasar inadvertidas en el aula, si es que a los estudiantes se les proponen solo tareas mecánicas asociadas a una única forma de representación de los números.

Una comprensión aceptable del sistema de numeración decimal en este grado, supone que el estudiante pueda reconocer, de forma simultánea, las diferentes representaciones y descomposiciones de un número de dos cifras, y que maneje con soltura un sistema de decenas construido sobre la base de un sistema de unidades. Una sólida compresión del SND potencia en el estudiante las estrategias de cálculo, la relación de orden en los números, la comprensión de los algoritmos convencionales y las propiedades de las operaciones.

RECOMENDACIONES - SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

TRABAJE DIVERSAS REPRESENTACIONES DE LOS NÚMEROS

Existen muchas maneras distintas de representar un mismo número, lo cual ayuda tanto a la agilidad de pensamiento como al desarrollo del pensamiento reversible y a la consolidación de las nociones del SND. Veamos algunas representaciones del número 36:

TIPO DE REPRESENTACIÓN	FORMAS USUALES	OTRAS FORMAS
Descomposición en decenas y unidades	3 decenas y 6 unidades 3 D, 6 U	6 unidades y 3 decenas 30 unidades y 6 unidades 2 decenas y 16 unidades 1 decena y 26 unidades
Descomposición en sumandos	30 + 6	20 + 16 10 + 26 18 + 18
Representación en el tablero posicional	D U 3 6	D U 2 16
Representación gráfica		

También plantee la composición y descomposición, utilizando nuestro sistema monetario (usando monedas de S/. 1 y billetes de S/. 10)

UTILICE DIVERSOS CONTEXTOS

La numeración escrita tiene usos muy diversos en el entorno social del estudiante. Se sugiere contextualizar situaciones en las que puede estar inmersa la lógica del SND. Por ejemplo: Utilice situaciones de compra y venta, pues son cercanas a estudiantes de todo el país. Trabaje con la representación de monedas de S/. 1 y billetes de S/. 10. Por ejemplo:

- “Si tengo 12 monedas de S/. 1 y 3 billetes de S/. 10, ¿cuánto dinero tengo?”

- “¿Cuál es la menor cantidad de billetes de S/.10 y monedas de S/. 1 que necesito para formar S/. 46?”.

- “¿Con cuál de las siguientes sumas de billetes y monedas puedo formar S/. 43?:
  10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1; 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1; 10 + 10 + 10 +10 + 10 + 1 + 1”.

Utilice situaciones de juegos cotidianos para los estudiantes, en los que se trabaje con el sistema de base diez. Por ejemplo: En el juego del sapo, Cecilia embocó 4 fichas en el 1, 3 en el 10 y 2 en el 100. ¿Qué puntaje obtuvo?.

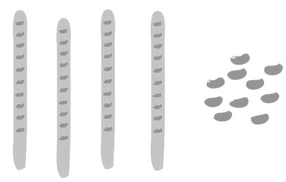
Utilice situaciones cotidianas para los estudiantes en los que se trabaje con el sistema de base diez. Por ejemplo:

- "Tengo 13 figuritas y cada semana me regalan 10. ¿Cuántas tendré después de una semana? ¿Y después de dos semanas? ¿Y después de tres, cuatro y cinco semanas?"

UTILICE MATERIAL CONCRETO

Los modelos concretos pueden ayudar en la representación de números y en el desarrollo del sentido numérico. El uso de material concreto puede ser útil para aprender a agrupar y separar por decenas. Por ejemplo, para expresar 24 como 24 unidades, 1 decena y 14 unidades ó 2 decenas y 4 unidades.

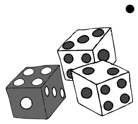
Los materiales concretos más utilizados suelen ser los bloques multibásicos, pero también se puede preparar material utilizando pequeñas bolsas en las que se colocarán diez semillas u otros objetos pequeños para representar las decenas. Asimismo, se puede pegar diez semillas en palitos y emplearlos para realizar ejercicios[9].



Usar materiales concretos facilita la comprensión de las nociones; sin embargo, si se trabaja de forma rutinaria no se asegura la comprensión y puede llevar a la mecanización.

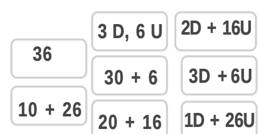
ORGANICE DIVERSOS JUEGOS COMO RECURSO DIDÁCTICO

La mejor manera de aprender es jugando. Los juegos colectivos proporcionan una vía para el juego estructurado, en el que los niños se ven intrínsecamente motivados para pensar en combinaciones numéricas y recordarlas. Fomentan la interacción social y las habilidades comunicativas. A continuación algunos juegos que pueden ayudar en su trabajo pedagógico en aula.



- **Juego de los dados.** Se necesita un dado rojo y dos dados blancos. Cada puntito del dado rojo vale diez, y cada puntito del dado blanco vale uno. Los niños tiran los dados y descifran los números que se van formando. Por ejemplo, si en el rojo sale 4 puntos en los blancos salen 3 y 2 , el número que se forma será 45.

- **Juego de memoria.** Se elaboran tarjetas de memoria con distintas representaciones de algunos números. Los niños van destapando las tarjetas y emparejando representaciones equivalentes. Por ejemplo:



- **Tarjetas de descomposición.** Se prepara un conjunto de tarjetas que contenga nueve centenas (del 100 al 900), nueve decenas (del 10 al 90) y los nueve dígitos (del 1 al 9). Las tarjetas deben tener el mismo ancho y distinto largo (como se muestra en la figura).

200
50
8

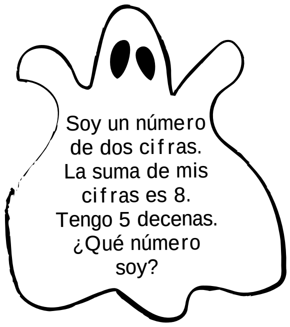
Por ejemplo, para formar el número 258, tomamos la tarjeta de 200, luego la de 50 y, finalmente, la de 8. Si se colocan una sobre otra, se podrá ver el número pedido.

2 5 8

[9] Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil. Informe pedagógico de resultados. Formación matemática. Segundo grado de primaria. Sexto grado de primaria. Página 108.

PROPONGA ADIVINANZAS

Otra forma de acercar al estudiante al SND es mediante adivinanzas en las que se presentan algunas características de un número. Por ejemplo:



7.3 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SUMA O RESTA

La resolución de problemas aritméticos verbales fue evaluada mediante tareas para resolver problemas de adición y sustracción, que establecen relaciones entre cantidades parciales y totales, relaciones de comparación e igualación de cantidades, y la variación de una cantidad. Estos problemas se presentan en diversos formatos, tales como texto continuo, telegrafiado, con cuadros o diagramas, con avisos funcionales, entre otros.

Pregunta 10

Ana tenía 14 flores y regaló algunas flores a su hermana, ahora tiene 8 flores. ¿Cuántas flores regaló a su hermana?

a 22
b 8
c 6

Capacidad: Resolución de problemas
Contenido: Problemas aritméticos
Respuesta correcta: C
Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas aritméticos que presentan la transformación de una cantidad en el tiempo.

En este tipo de problemas se distingue una cantidad inicial, una cantidad que produce el cambio y una cantidad final. En este caso, los datos son la cantidad inicial y la final; la incógnita es la cantidad de cambio.

Estos problemas responden al siguiente esquema:

$$\boxed{\text{Cantidad inicial: } \textit{14 flores}} \xrightarrow[\textbf{?}]{\text{Cantidad de cambio:}} \boxed{\text{Cantidad final: } \textit{8 flores}}$$

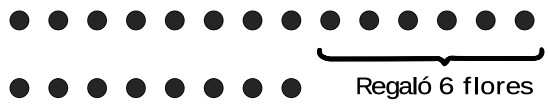
Para resolverla el estudiante debe comprender que la situación es de transformación, que hay una cantidad que varía en el tiempo, e identificar los datos y la incógnita. Luego, puede producir un esquema mental o un gráfico y establecer la relación operativa entre las cantidades.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre estas:

- Identificar la cantidad inicial y la cantidad final, luego hallar la cantidad de cambio, mediante una sustracción: 14 – 8 = 6.
- Representar las 14 flores mediante gráficos, tachar las ocho que quedan y contar las que regaló

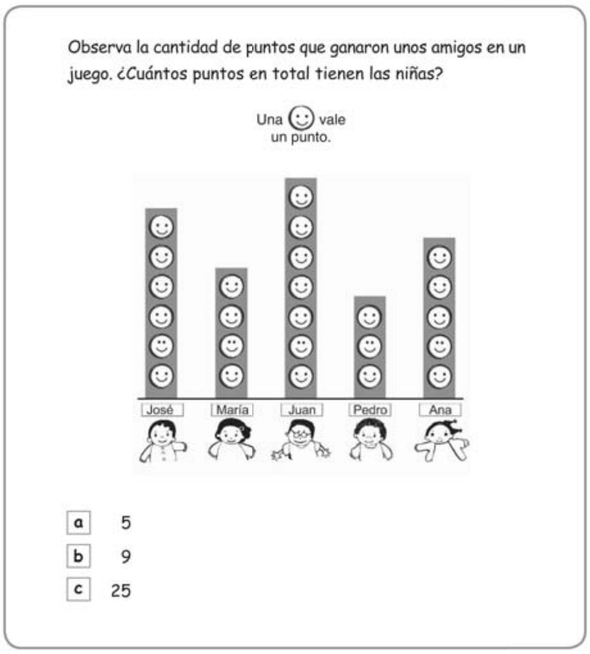
$$\varnothing\ \varnothing\ \varnothing\ \varnothing\ \varnothing\ \varnothing\ \varnothing\ \varnothing\ \underbrace{\bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigcirc}_{\text{Regaló 6 flores}}$$

• Representar las 14 flores mediante gráficos y comparar las cantidades inicial y final para hallar cuántas regaló.



Casi la quinta parte eligió erróneamente la alternativa a (22), que era la suma de los datos. Esto se puede originar por una comprensión equívoca o nula de la situación, o simplemente una estrategia que implica sumar todos los números del enunciado[10] .

Pregunta 11


Observa la cantidad de puntos que ganaron unos amigos en un juego. ¿Cuántos puntos en total tienen las niñas?

a 5

b 9

c 25

Capacidad: Comunicación matemática

Contenido: Problemas aritméticos

Respuesta correcta: b

Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver un problema de adición a partir de la lectura e interpretación de un gráfico de barras. La situación mostrada es familiar al estudiante, pues suele presentarse al realizar cuentas en juegos, al contar votos para una elección, al clasificar objetos, entre otras actividades.

Para resolverla el estudiante debe primero comprender que cada punto se encuentra simbolizado por una carita y que el gráfico le presenta el número de puntos obtenido por cada participante. Además, el estudiante debe distinguir que se presentan dos categorías, los hombres y las mujeres, y que la pregunta hace referencia al grupo de las mujeres. Luego, extraerá la información que requiere a partir del gráfico, y calculará el total de puntos que tiene cada niña y sumará.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre estas:

• Contar el total de las caritas de María y Ana.

• Identificar que María tiene 4 puntos, Ana 5 puntos y sumar 4 + 5.

La cuarta parte de los estudiantes eligió erróneamente 25 puntos. Estos estudiantes pueden haber asumido que la tarea consistía en hallar el total de los puntos del grupo, o pueden no haber comprendido la consigna. Suele suceder que cuando el estudiante no ha comprendido una situación problema, se limite a contar todos los datos presentados.

[10] Este tipo de estrategia ha sido encontrada en otras evaluaciones nacionales aplicadas por la UMC.

Pregunta 15

Luis tiene 9 soles y quiere comprar el carro. ¿Cuántos soles le faltan para tener lo que cuesta el carro?

a 7

b 16

c 25

Capacidad: Resolución de problemas

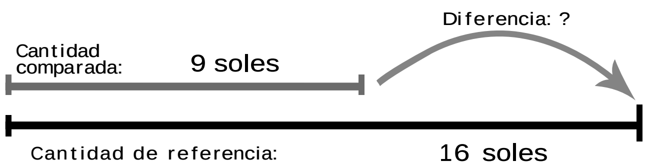
Contenido: Problemas aritméticos

Respuesta correcta: a

Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas aritméticos, en los que se establece una relación de igualación entre dos cantidades. En este caso, se dan como dato la cantidad de referencia y la cantidad comparada; la incógnita es la diferencia que igualaría estas dos cantidades. Esta situación es familiar al estudiante, pues el contexto es comercial y cercano a su entorno.

Estos problemas responden al siguiente esquema:

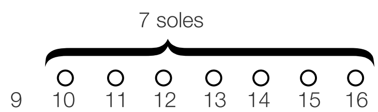


Este tipo de pregunta presenta la información en forma de texto continuo con una parte gráfica. Ambos elementos complementan la información necesaria para que el estudiante resuelva el problema.

Para resolverlo el estudiante debe interpretar que la situación es de igualación, establecer qué operación puede usar, seleccionar la información que requiere y ejecutar la operación elegida para llegar a la respuesta.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre estas:

- Comprender e identificar (cantidad referencial, cantidad comparada y diferencia) y analizar, el enunciado y restar: 16 – 9 = 7
- Completar desde la menor cantidad, que es 9, hasta la que necesita.



Poco más de la cuarta parte eligió la alternativa b (16) como respuesta, que es el precio del carro. Es posible que esos estudiantes no hayan comprendido la situación, y solo identificaron el precio del carro, pues se le pregunta acerca de éste.

Pregunta 13

Lee la tabla y responde. ¿Cuántas mujeres hay en segundo grado?

	Alumnos en segundo grado	
	Segundo "A"	Segundo "B"
Hombres	15	12
Mujeres	13	18

a 31
b 28
c 13

Capacidad: Resolución de problemas
Contenido: Problemas aritméticos
Respuesta: a
Nivel de logro: 1

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas de adición, a partir de la lectura de información presentada en un cuadro de doble entrada. La situación mostrada es familiar al estudiante, pues suele presentarse en horarios, avisos escolares, clasificaciones, puntuaciones, entre otras.

Para resolverla el estudiante debe asociar la situación con la acción de reunir cantidades parciales en un total; luego, debe identificar y discriminar los datos de una tabla.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre estas:

- Sumar directamente los datos pertinentes de la tabla, es decir 13 + 18 = 31.
- Reorganizar la información extrayendo cada dato de una casilla y asociándolo a su significado, es decir:

Mujeres de segundo "A": 13
Mujeres de segundo "B": 18
} Mujeres de segundo: 13 + 18 = 31

Casi la cuarta parte de los que respondieron esta pregunta eligió erróneamente la alternativa c (13), que es el dato que aparece en primer lugar en la categoría de mujeres. Esto puede deberse a una lectura parcial de la tabla, en la que solo considera el dato que aparece en primer lugar en la categoría de mujeres.

Pregunta 12

Hay 19 profesores.
6 son hombres.
¿Cuántas son mujeres?

a 25
b 15
c 13

Capacidad: Resolución de problemas
Contenido: Problemas aritméticos
Respuesta: C
Nivel de logro: 2

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas aritméticos en los que se establece una relación aditiva entre cantidades parciales y el total.

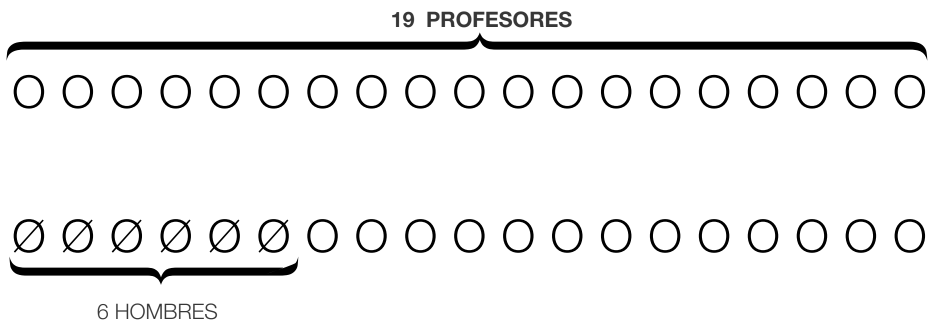
El problema se presentó en forma breve, cada dato en una línea y sin información innecesaria. Esta forma de presentar un problema se denomina telegráfica y es la forma más sencilla de presentar un problema aritmético verbal al estudiante, pues permite una mejor lectura y facilita la identificación de los datos y la incógnita.

Para resolverlo el estudiante debe comprender que existen tres categorías implicadas (profesores, profesores mujeres y profesores hombres); además, debe asumir que el número total de profesores está conformado a su vez por el número de mujeres y el número de hombres. Luego establecer una relación aditiva entre la cantidad parcial (dato) y la cantidad total (dato) para hallar la otra cantidad parcial (incógnita), como se muestra en el diagrama de la derecha.

Nº de profesores: 19	
Nº de hombres: 6	Nº de mujeres: ?

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre estas:

- Elaborar un esquema de solución como el mostrado, y contar progresiva o regresivamente para hallar la respuesta.



- Realizar una sustracción mediante hechos aprendidos, entonces halla el resultado de 19 – 6.
- Completar mediante un conteo a partir de 6 hasta llegar a la cantidad totalde 19.
- Utilizar la relación entre adición y sustracción, mediante la búsqueda de un número que sumado a 6 dé 19.

$$6 + \boxed{} = 19$$

Más de la tercera parte de estudiantes eligió la alternativa a (25), que es la suma de los datos presentados en el enunciado. La falta de comprensión de la relación existente entre las tres cantidades, pudo llevarlos a sumar irreflexivamente los datos.

Pregunta 14

Tienes 12 bolitas y 15 chapitas. Si me regalas 8 chapitas, ¿cuántas chapitas te quedarán?

a) 35
b) 23
c) 7

Capacidad: Resolución de problemas
Contenido: Problemas aritméticos
Respuesta: C
Nivel de logro: 2

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas aritméticos que presentan una transformación de una cantidad en el tiempo. Es decir, se distingue una cantidad inicial, una cantidad que produce el cambio y una cantidad final.´

En este caso, los datos son la cantidad inicial y la cantidad de cambio; la incógnita es la cantidad final. Además, el enunciado presenta datos innecesarios para la solución del problema.

El siguiente esquema puede ayudar a comprender la relación entre las cantidades.

Cantidad inicial: 15 chapitas	$\xrightarrow{\text{Cantidad de cambio: 8 chapitas}}$	Cantidad final: **?**

Para resolverla el estudiante debe comprender que la situación es de transformación, que hay una cantidad que varía en el tiempo, e identificar los datos necesarios, así como la incógnita. Luego, puede producir un esquema mental o un gráfico y establecer la relación operativa entre las cantidades. Hay que destacar que en el enunciado se da información numérica que NO se utiliza en la solución del problema (12 bolitas), lo que implica que en su resolución el estudiante discrimine los datos relevantes.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre estas:

- Identificar la cantidad inicial y la cantidad de cambio, luego hallar la cantidad final, mediante una sustracción: 15 – 8 = 7.
- Representar las 15 chapitas mediante gráficos, tachar ocho y contar las que quedan: 7.

Ø Ø Ø Ø Ø Ø Ø Ø O O O O O O O
1 2 3 4 5 6 7
quedan 7 chapitas

La tercera parte de los estudiantes eligió la alternativa a (35), que es la suma de los números presentados. Esto puede deberse a la escasa compresión global de la situación, lo que lleva a sumar todos los datos para responder.

Pregunta 18

Capacidad: Resolución de problemas
Contenido: Problemas aritméticos
Respuesta: b
Nivel de logro: 2

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas de adición de varias etapas, en el cual debe hallar la suma de cantidades parciales, a partir de la lectura de un aviso. El contexto es comercial, pues se trata de una situación de compra en la que se presenta una lista de precios. Este contexto es bastante cercano al estudiante y los números involucrados son pequeños.

Para resolver este problema el estudiante debe comprender cuál es la función del aviso, y qué información le transmite: entender que se trata de un listado de precios y que los números indican los precios unitarios de cada una de las golosinas. La pregunta hace referencia al costo total de un grupo de golosinas; el niño deberá seleccionar los datos relevantes para el problema y sumar las cantidades seleccionadas.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre estas:

- Sumar los precios de los objetos pedidos. En el caso del bizcocho puede hacer una suma para hallar el costo de los dos, o duplicar el precio unitario:

1 bizcocho: 3... entonces 2 bizcochos: 6
además 1 alfajor: 1 y 1 torta: 5 ... entonces sumo 1+ 5=6
... finalmente en total : 6 + 6 = 12

- Utilizar medios concretos, como sus dedos o un gráfico, para hallar el total pedido.
  Esta pregunta debe su complejidad precisamente al número de etapas operativas y a la selección de los datos necesarios a partir de un aviso. Esta forma de presentar un problema es, en general, más compleja que problemas presentados solamente con texto continuo, pues requiere integrar información de distintas fuentes (aviso y texto).

Las dos quintas partes de los estudiantes eligió erróneamente la alternativa a (9) como respuesta, que es el resultado de sumar los precios unitarios del bizcocho, alfajor y la torta. Al parecer estos niños no tomaron en cuenta el número dos que indicaba la cantidad de bizcochos que se deseaba comprar. Es posible que estos niños leyeran superficialmente la pregunta, e identificaran solo los nombres de los objetos y no las cantidades que de cada uno de ellos se pedía.

La quinta parte de los estudiantes eligió la alternativa c (14) como respuesta, que es el resultado de sumar los números de la lista de precios. Nuevamente, se muestra la estrategia irreflexiva de sumar los datos numéricos presentes en el enunciado, para resolver problemas. El hecho de que los números estén ordenados en columna (es decir, de forma vertical) podría conllevar a que los alumnos, que no comprendieron el problema, asuman que la tarea es precisamente sumar estos números.

Pregunta 20

Luis tiene 13 años. Él tiene 4 años más que Juan.
¿Cuántos años tiene Juan?

a 17
b 10
c 9

Capacidad: Resolución de problemas
Contenido: Problemas aritméticos
Respuesta: C

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para resolver problemas aritméticos de comparación aditiva entre dos cantidades. En este caso, se comparan las edades de dos personas, se da como dato una de ellas, y la diferencia con respecto a la otra. La incógnita es la otra cantidad, que es la edad con la que se realiza la comparación de la edad de Luis.

Es un contexto familiar al estudiante, pues la actividad de comparar cantidades está presente desde edades tempranas. Los niños suelen comparar sus edades, sus alturas, sus pesos, las colecciones que poseen, etc.

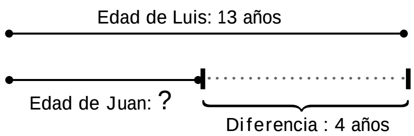
Para resolverla el estudiante debe comprender que se trata de una relación de comparación entre dos cantidades; además, que la relación se establece en el problema mediante el conector “más que”. Esta comprensión implicará que deduzca que la incógnita es un número menor que 13; luego debe establecer qué operación debe utilizar.

Una forma de concretar la relación de comparación entre las tres cantidades involucradas y elegir la operación adecuada, es hacer un esquema gráfico que ayude a la comprensión global del enunciado.

Otra forma de comprender globalmente el enunciado es parafrasear el problema. Los niños que resuelven bien estos problemas suelen hacerlo: transforman el enunciado a formas equivalentes en los que no interviene el conector “más que”, que es el que puede causar confusión. Por ejemplo, pueden transformar el enunciado en uno como: “Luis tiene 13 años y le lleva 4 años a Juan”. A partir de aquí eligen la operación adecuada y responden la situación.

Para hallar el resultado el estudiante puede utilizar varias estrategias, entre estas:

- Establecer un esquema mental o gráfico, como el que se muestra. A partir de él hallar que la edad de Juan es 13 – 4 = 9.



- Hacer un gráfico como el mostrado y contar regresivamente desde la edad de Luis: 12, 11, 10, 9.

- Restar a la edad de Luis la diferencia de 4 años (dato), es decir, efectuar 13 – 4 = 9.

Este fue el problema aritmético más difícil de la prueba, solo una cuarta parte la respondió correctamente. Su dificultad está asociada a dos factores: la relación de comparación, y el uso del conector “más que”. Cuando en una situación aparece el conector “más que” puede ser que se resuelva mediante una resta (como en este caso) y no con una suma. Un 62% eligió incorrectamente la alternativa a (17), que es la suma de 13 y 4. Esto denota un error en la comprensión del enunciado, o la asociación mecánica entre la adición y la palabra “más”, lo cual puede ser consecuencia de una enseñanza centrada en el uso de palabras clave descontextualizadas de la situación.

CUADRO DE PREGUNTAS DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS

MÁS DIFÍCIL

NIVEL	Nº DE PREGUNTA	CAPACIDAD	TAREAS MATEMÁTICAS
Por encima del nivel 2	20	Resolución de problemas	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de comparación aditiva entre cantidades, presentados en texto continuo.
NIVEL 2	18	Resolución de problemas	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación entre cantidades parciales de un total; presentados en diversos tipos de texto, como dibujos, avisos, listas, etc.
	14	Resolución de problemas	Resuelve problemas aritméticos en los que una cantidad varía en el tiempo, presentadas en texto continuo, y con información numérica adicional a la necesaria.
	12	Resolución de problemas	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación entre cantidades totales y parciales, presentados en forma breve.
NIVEL 1	13	Comunicación matemática	Resuelve problemas de adición de cantidades parciales mediante la lectura de información en una tabla de doble entrada.
	15	Comunicación matemática	Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de igualación entre cantidades, presentadas en diversos tipos de texto.
	11	Comunicación matemática	Resuelve problemas de adición de cantidades parciales mediante la lectura de un diagrama de barras.
	10	Resolución de problemas	Resuelve problemas aritméticos en los que una cantidad varía en el tiempo, presentados en texto continuo.

MÁS FÁCIL

¤ ¿EN QUÉ RADICA LA COMPLEJIDAD DE ESTAS TAREAS?

La dificultad en los problemas aritméticos verbales está principalmente asociada a los diversos significados de las operaciones en el contexto de la situación presentada, **y no precisamente** a la magnitud de los números involucrados. Por ejemplo, los problemas A y B representan la misma situación real, en ambos casos se presenta la relación entre cantidades parciales y totales, y en ambos se debe sumar las cantidades parciales para obtener el total.

PROBLEMA A
Jorge tiene 24 vacas y Hermán tiene 45 vacas. ¿Cuántas vacas tienen en total?

PROBLEMA B
Jorge tiene 321 vacas y Hermán tiene 186 vacas. ¿Cuántas vacas tienen en total?

Si un estudiante comprende el problema A, es natural que comprenda el problema B, y sepa lo que debe realizar para responderlo.

PROBLEMA C
Olga tenía 12 bolitas, se le cayeron algunas y ahora tiene 5 bolitas. ¿Cuántas bolitas se le cayeron?

PROBLEMA D
En el patio juegan 12 estudiantes, 5 son mujeres. ¿Cuántos son hombres?

PROBLEMA E
Lucas tiene 12 tizas. Él tiene 5 tizas mas que Paola. ¿Cuántas tizas tiene Paola?

Por otro lado, los problemas C, D y E, los cuales se resuelven con la misma relación aritmética (12 - 5), y un análisis superficial llevaría a concluir que tienen dificultad similar pero en realidad tienen para los estudiantes diferencias muy grandes.

En el problema C (similar a la pregunta 10 de la prueba) la situación trata de la variación de una cantidad en el tiempo, el problema D (similar a la pregunta 12) es en general más difícil para los estudiantes que el problema anterior, pues implica la capacidad de descomponer un todo en partes, sin perder de vista que las partes conforman dicho todo (reversibilidad). El problema E es una situación de comparación cuantitativa entre dos edades (similar a la pregunta 20), es más difícil que los dos anteriores. En la ECE-2007 esta última situación se ubicó como el problema aritmético más difícil de toda la prueba.

La discriminación de la información relevante, para resolver un determinado problema, también aporta dificultad en un problema. Así, en las preguntas 14 y 18, el estudiante debe seleccionar los datos que necesitaría para resolver el problema, cosa que no ocurre en los problemas 10 y 12, en los que la información presentada es la necesaria y suficiente para responder. En general, problemas que incluyen datos irrelevantes o información adicional a la necesaria, suelen ser más difíciles que aquellos que tienen exactamente la información requerida para dar solución a la situación.

Otra fuente de dificultad ha sido el número de pasos o etapas para resolver un problema. Los problemas directos y de una etapa han salido en general más fáciles que aquellos que eran composiciones de dos o más problemas de una etapa (pregunta 18).

¤ DIFICULTADES ENCONTRADAS EN LOS ESTUDIANTES

Los errores frecuentes presentados por los estudiantes aluden al uso de estrategias irreflexivas, que nacen de la comprensión parcial o nula de las situaciones planteadas. Así, una estrategia mayormente utilizada es sumar todos los datos numéricos que se encuentran en el enunciado. En la ECE-2007 se ha obtenido un importante porcentaje de respuestas asociadas a esta estrategia. Otros errores se presentan por la interpretación aislada de palabras como “más”, asociada generalmente a la suma; o verbos como “regalar”, asociados mayormente a la resta.

Otras estrategias irreflexivas surgen por limitar el trabajo en aula a formatos típicos, como organizar números en forma vertical para sumar, presentar los datos suficientes y necesarios para resolver problemas, el uso de palabras como “total” o “más” siempre asociadas a estrategias de suma, entre otras. Por ejemplo, si un problema presenta números en forma vertical, sea en un cuadro o en una lista de precios, los estudiantes que no comprenden la situación tratan de resolverla sumando los números que se presentan organizados verticalmente, sin tener en cuenta lo que se les pide.

RECOMENDACIONES - PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SUMA O RESTA

UTILICE DIVERSOS SIGNIFICADOS DE LAS OPERACIONES EN CONTEXTOS VARIADOS

Es conveniente que los estudiantes trabajen con situaciones reales que presenten los diversos significados de la adición y la sustracción. En general, solo se trabaja con el significado de juntar o combinar para la adición; y de perder o quitar para la sustracción. Una clasificación de los problemas aditivos, que posibilita el estudio de distintos significados de las operaciones, es la siguiente[11]:

Combinar: Aquellas situaciones en las que se presentan cantidades parciales de un total, y puede tener como datos o incógnitas a las cantidades parciales o a las totales.

Transformar: Aquellas situaciones en que describe el aumento o disminución de una cantidad a través del tiempo. Consta de tres estados: el inicio, el cambio y el final. Cada uno de ellos asociado a cantidades que pueden ser datos o incógnitas de la situación.

Comparar: Aquellas situaciones en las que se expresa una relación de comparación entre dos cantidades. La relación se establece en el enunciado mediante conectores como: "más que", "menos que", "mayor que", etc. Las cantidades de referencia, comparada y diferencia pueden ser usadas como datos o incógnitas.

Igualar: Aquellas situaciones en las que se expresa una relación entre cantidades ligadas por el conector "tantos como", o "igual a". Es una relación dinámica en las que se compara una cantidad con otra, con el fin de igualar ambas cantidades. Las cantidades de referencia, comparada y de igualación pueden ser usadas como datos o incógnitas.

BUSQUE UN MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y ÚSELO SISTEMÁTICAMENTE

Los problemas no se resuelven al azar o adivinando. En general, la persona involucrada en la solución sigue un proceso desde que se genera el conflicto hasta su resolución. Modelos de solución de problemas, como el presentado por la UMC en el Marco Teórico de la EN-2004[12] , pueden serle muy útiles para organizar el pensamiento de sus estudiantes y desarrollar sus capacidades para abordar los problemas y resolverlos.
Dicho modelo consta de las siguientes fases:

I. Comprensión del problema

II. Diseño o adaptación de una estrategia

III. Ejecución de la estrategia y control

IV. Visión retrospectiva

La investigación en didáctica de la matemática ha encontrado que la diferencia entre los resolutores expertos y los aprendices radica, en el tiempo dedicado a cada fase de este modelo. Los resolutores expertos dedican un mayor tiempo de trabajo a las fases I y IV, mientras que los aprendices suelen dedicarle poco tiempo a estas fases, concentrándose en la fase III, aunque la estrategia o el camino elegido sea errado.

[11] Puede encontrar esta clasificación en detalle en la página 227 del Informe Pedagógico de Resultados de la EN 2004, en: www.minedu.gob.pe/umc/2004/marctrab/MatematicaP2_6.pdf

[12] Ver en: www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/en2004/MarcTrabPruebEN2004.pdf

UTILICE DISTINTAS FUENTES Y SISTEMAS DE DATOS

Los datos de un problema pueden presentarse de diversas maneras dentro del enunciado, en forma verbal, en cuadros, mediante gráficos, entre otras formas. La realidad de los estudiantes contiene mucha información matemática que usted como docente debe rescatar para usarla en su práctica pedagógica. Los periódicos, avisos publicitarios, avisos funcionales, entre otros son fuentes muy ricas en información cuantitativa que puede ser utilizada para la formulación y redacción de problemas aritméticos.

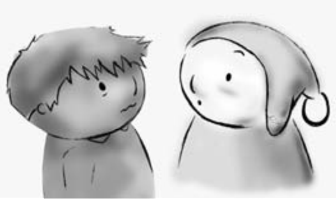
PROMUEVA DIVERSAS ESTRATEGIAS A PARA LA COMPRENSIÓN DE LOS PROBLEMAS

Genere con sus estudiantes estrategias para comprender las situaciones presentadas. Invierta tiempo y acompáñelos a leer y comprender los problemas que propone. Utilice un diálogo o fichas con preguntas que orienten a sus estudiantes para entender el significado de lo que ocurre, los personajes que intervienen y la relación matemática que se produce, antes de tratar de elegir qué operación se usará para resolverlo. Haga que sus estudiantes parafraseen el problema, si lo logran tendrán una mejor comprensión del mismo. No es necesario que digan las cantidades que intervienen, solo que le cuenten lo que está ocurriendo en la situación planteada.

Otra estrategia es pedirles que hagan un resumen, eliminen información irrelevante o que formulen el problema de otra manera, o que hagan un dibujo de la situación.

Al seleccionar los problemas que utilizará en una sesión de aprendizaje, considere varias formas de redactar o de presentar la misma situación, varíe los contextos, construya preguntas orientadoras que ayuden a la comprensión global de la situación. Un ejemplo de cuestionario se presenta aquí, con el fin de servir de modelo para otros que usted elabore.

José tiene 6 hermanos. José tiene 2 hermanos menos que su amigo Manuel. ¿Cuántos hermanos tiene Manuel?



- ¿De quiénes te hablan en la historia? ____________________
- ¿Qué relación tienen los personajes? ____________________
- ¿Qué se dice de ellos? ________________________________
- ¿De quién conocemos el número de hermanos?___________
- ¿Quién tiene más hermanos? _________________________
- ¿Qué te preguntan? _________________________________

DESARROLLE Y UTILICE ESQUEMAS Y DIAGRAMAS COMO MEDIOS PARA LOGRAR UNA MEJOR COM PRENSIÓN.

Las ayudas gráficas deben aportar al razonamiento y comprensión de la situación presentada. En este reporte usted encontrará varios esquemas que permiten transmitir el carácter matemático de la situación verbal. Veamos, por ejemplo, el siguiente problema:

PROBLEMA

En una fiesta hay 23 personas, de las cuales 9 son mujeres. ¿Cuántos son hombres?

ESQUEMA

N° de personas en la fiesta: 23	
Nº de mujeres: 9	Nº de hombres: ?

Usted puede presentar el diagrama sin la información numérica y su estudiantes pueden completarlo para luego resolver el problema planteado.

UTILICE MATERIALES CONCRETOS COMO AYUDA A SU DIDÁCTICA

Haga que sus estudiantes utilicen materiales concretos simples (semillas, piedritas, cuentas, fichas) y material estructurado (bloques multibase, las regletas de Cuisinaire, los bloques lógicos) para comprender y resolver los problemas aritméticos planteados. Haga que los niños representen teatralmente los problemas que plantee.

TRABAJE EN PROFUNDIDAD CADA PROBLEMA EN EL AULA, SÁQUELE EL JUGO A LOS PROBLEMAS

En una sesión de aprendizaje es preferible trabajar pocos problemas de diverso tipo pero en profundidad, que muchos problemas típicos superficialmente. Haga que razonen y comprendan todo el proceso de solución, que lo relean, hágales que formulen vías de investigación a partir del problema resuelto. Es mejor que una clase se trabaje con pocos problemas pero bien detallados, que hacer muchos problemas de un solo tipo, que solo aportan a la mecanización y operativización sin lograr verdaderos aprendizajes.

Resuelva un mismo problema de varias maneras posibles, pregunte a los estudiantes sobre las diferencias entre problemas de similar estructura, pídales a sus alumnos que redacten otros problemas que pueden ser resueltos con la misma estrategia.

Presente situaciones variadas, por ejemplo:

"José, Raúl, Tomás y Claudia son cuatro amiguitos que fueron a una fiesta. Al término de ella el organizador permitió que los invitados se llevaran los globos que quieran. Así, José tomó 18 globos y Claudia 6 y Tomás dos globos más que Claudia; en cambio Raúl no logró llevar globo alguno".

A partir de dicha situación usted de forma individual o usted junto con sus alumnos, pueden generar muchas preguntas. Entre ellas pueden ser:

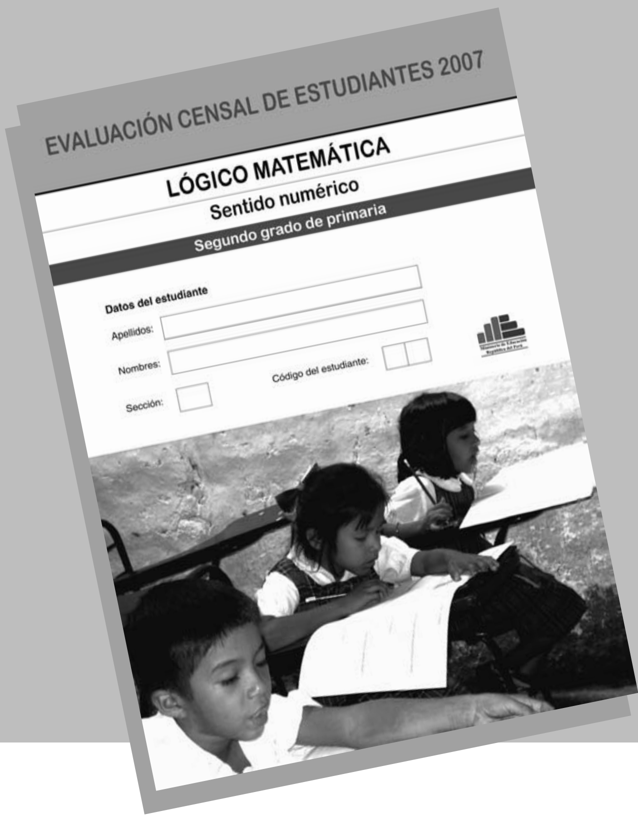
a) ¿Cuántos globos se llevó Tomás? ________
b) ¿Cuántos globos se llevaron en total los niños? ________
c) ¿Cuántos globos más que Claudia cogió José? ________
d) Si Tomás y Claudia juntan sus globos, ¿ahora tendrán más o menos que Raúl? ________
e) Como los cuatro amigos son solidarios, entonces los que tienen más deciden obsequiar algunos globos a Raúl y Claudia para que todos tengan la misma cantidad. ¿Cuántos globos regaló José? ________

Es una creencia extendida que la respuesta es el final de un problema; sin embargo, el enfoque actual propone que cuando un estudiante llegue a la respuesta se le haga comprobar el resultado. Motívelos a que modifiquen los datos, que cambien la información, que modifiquen la pregunta, que formulen problemas similares al dado. Lo más importante es reflexionar sobre el proceso seguido para su solución, los bloqueos que se presentaron, las ideas originales que usaron la solución del problema, la interrelación entre los datos y la incógnita. Cada problema resuelto debe quedar como un aprendizaje adicional, que permita a los alumnos resolver otros problemas similares o nuevos.

Ministerio de Educación
República del Perú

Evaluación Censal de Estudiantes 2007
Segundo grado de primaria

UMC
Unidad de Medición de
la Calidad Educativa



ANEXOS
Actividades

A continuación, presentamos algunas actividades que puede aplicar en las aulas. Estas podrán servir de guía para desarrollar y reforzar las capacidades matemáticas que han sido evaluadas en la prueba. Sin embargo, tenga en cuenta que hay muchas otras actividades no relacionadas con la prueba que también podría realizar.

I. Cálculo de sumas y restas
II. Sistema de numeración decimal
III. Problemas aritméticos de suma o resta

I. Cálculo de sumas y restas

1. Completa las casillas en blanco:

$$16 + \square = 28$$

$$33 = \square + 15$$

2. Calcula:

$$3 \text{ decenas} + 2 \text{ unidades} + 4 \text{ unidades} = \square$$

$$3\,U + 5\,C + 3\,D = \square$$

$$3\,U + 5\,D = \square$$

3. a) ¿Qué número hay que restarle a 435 para que el resultado sea 405?
   b) ¿Cuánto hay que agregarle a 23 para que sea igual a 78 – 34?
   c) ¿Cuánto le falta a 64 + 23 – 52 para ser igual a 56 + 42 – 36?

4. Completa las casillas en blanco:

$$\square - 11 = 24$$

$$40 - \square = 26$$

5. Escribe en las casillas los números que faltan:

$$20 + \square = 15 + 25$$

$$75 + \square = 60 + 40$$

$$10 + 35 + \square = 28 + 12 + 15$$

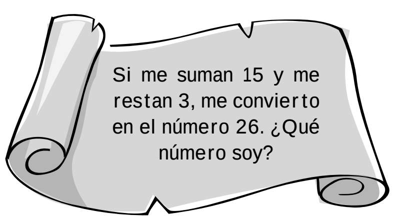
6. Completa las casillas en blanco:

$$48 = 3D + 5U + \square D + \square U$$

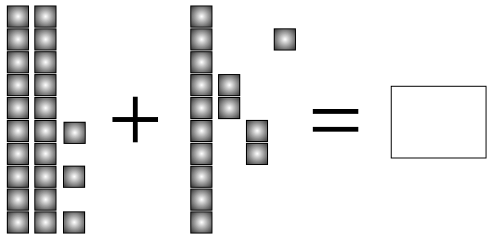
7. Escribe en cada casilla el dígito correspondiente:

$$\begin{array}{r} 4\,3 \; + \\ 2\,\square \\ \hline \square\,2 \end{array}$$

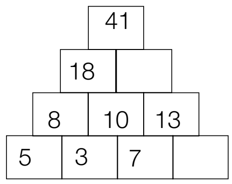
8. Responde la siguiete adivinanza:



9. Calcula:



10. Analiza el siguiente diagrama y completa los espacios en blanco:



II. Sistema de numeración decimal

1. Marca con X los números que contienen 40 unidades

34 42 14 26 67 48

2. Completa en cada caso para que las equivalencias se cumplan:

a) 26 = 2 D + 6 U
b) 38 = 3 D + ☐
c) 64 = 4 U + ☐
d) 4 D + 9 U = ☐
e) 64 = 5 D + ☐

3. Descompón el número 36 en tres formas distintas:

Forma 1	Forma 2	Forma 3

4. Marca los números que tengan veinte unidades contenidas:

25 12 19 20 83

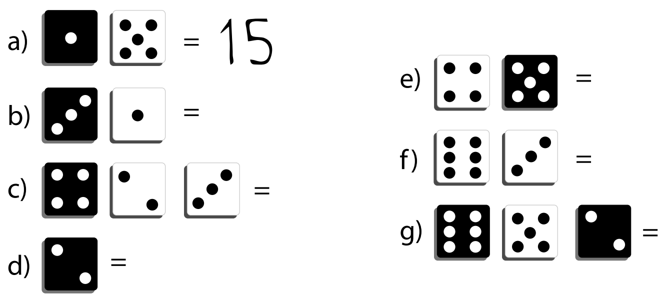
5. Completa:

a) En el número 231, el 2 representa ______ unidades
b) En el número 427, el 4 representa ______ unidades
c) En el número 182, el 1 representa ______ unidades

6. Marca las tarjetas que necesites para representar 342:

1 centena	1 centena	1 centena	1 centena	1 centena	1 centena
1 unidad	1 unidad	1 unidad	1 unidad	1 unidad	1 unidad
1 decena	1 decena	1 decena	1 decena	1 decena	1 decena

7. Hay dos tipos de fichas. En las fichas negras, cada puntito vale 10 y en las fichas blancas, cada puntito vale uno. Halle los números pedidos:



III. Problemas aritméticos de suma o resta

1. Dina tiene 6 años y sus padres prometieron comprarle su juego de dormitorio cuando ella cumpla 15 años. ¿Dentro de cuántos años Dina tendrá su juego de dormitorio?

2. Miguel y Omar caminan desde sus casas hasta el colegio. Miguel utiliza 25 minutos en llegar al colegio y Omar llega 6 minutos después. ¿Cuánto tiempo utiliza Omar desde su casa hasta el colegio?

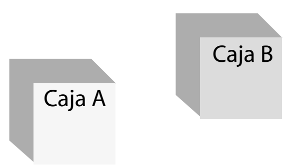
3. Alfredo tiene 12 fichas y su amigo Pedro 22. ¿Cuántas fichas le debe dar Pedro a Alfredo para que ambos tengan la misma cantidad de fichas?

4. Julio tiene 12 cuyes. Después de algunos meses volvió a contarlos y esta vez había 28. Entonces, el número de cuyes:

   a) disminuyó en 12.
   b) aumentó en 28.
   c) disminuyó en 16.
   d) aumentó en 16.

5. Se tiene un total de 72 hojas, separadas en dos cajas: A y B. En la caja A hay 28 hojas.

   a) ¿Cuántas hojas habrá en la caja B?
   b) Si luego sacamos una misma cantidad de hojas de cada caja para formar otra caja C, de 20 hojas, ¿cuántas hojas quedarán en la caja A? y ¿en la caja B?



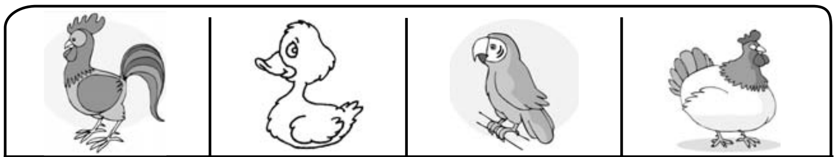
6. Luisa tiene 8 años de edad. Mary 5 años más que Luisa. Nancy la misma edad que Mary. ¿Qué edad tiene Nancy?

7. En un aula de segundo grado hay estudiantes de 7 y 8 años de edad, como se muestra en la tabla:

Estudiantes de segundo grado	7 años	8 años
Hombres	7	4
Mujeres	9	3

   a) ¿Cuántas mujeres de 8 años hay en el aula?
   b) ¿Hay más mujeres o más hombres?
   c) ¿Cuántos estudiantes hay en total?

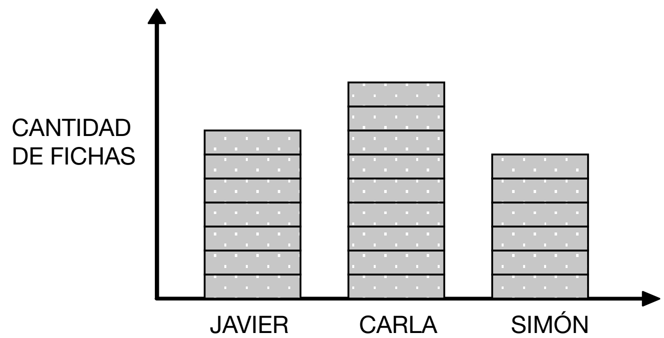
8. Rosendo se dedica a la crianza y venta de aves de varios tipos, como muestra la tabla:



GALLO S/. 25	PATO S/. 12	LORO S/. 5	GALLINA S/. 15

a) ¿Cuánto se pagará por la compra de 2 patos y una gallina?
b) ¿Qué cuesta más, la compra de 4 loros o la compra de un pato?
c) ¿Cuántos loros valen lo mismo que dos gallinas?
d) Si tenemos S/. 40, y queremos gastar todo, ¿cuántos animales podemos comprar y de qué tipo?

9. La siguiente gráfica muestra las fichas que tenía inicialmente un grupo de amigos.



a) En un juego Javier le gana 3 fichas a Carla, ¿cuántas fichas tienen ahora cada uno de ellos?
b) En la segunda vez que juegan, Carla y Simón le ganaron a Javier 2 fichas cada una. ¿Cuántas fichas tiene cada uno de los tres ahora?

10. Benjamín fue de compras a la librería, llevando S/. 20. Observa los precios en la siguiente tabla:

Lista de precios	
Plumón	S/. 3
Lápiz	S/. 1
Cuaderno	S/. 4
Cartuchera	S/. 9

a) ¿Le alcanzaría para comprar uno de cada artículo? ¿Cuánto le sobraría?
b) ¿Cuánto de vuelto recibiría, si compra 2 cuadernos y un plumón?
c) Finalmente, decidió comprar 3 cuadernos, un lápiz y dos plumones. Pagó con el billete de S/.20, recibiendo de vuelto S/. 3. ¿Sacó bien la cuenta el vendedor?

Ministerio de Educación
República del Perú

SI USTED TIENE ALGUNA PREGUNTA, SUGERENCIA O COMENTARIO SOBRE ESTE DOCUMENTO,
CON MUCHO GUSTO LO ATENDEREMOS EN:

Van de Velde 160. San Borja. Lima 41
medicion@minedu.gob.pe
(01) 215-5840