

# ¿Qué logran nuestros estudiantes en Matemática?

## 2.º y 4.º grados de primaria

Tenemos el importante desafío de movilizar el cambio para que cada estudiante peruano logre aprendizajes de calidad en todos los grados y las áreas curriculares.

### Contenido

	Pág.		Pág.
1. ¿Para qué deben usarse los resultados de la ECE? .....	3	6. ¿Qué aporta la ECE al trabajo de aula en 2.º grado de primaria? .....	11
2. Resultados de su IE en 2.º grado de primaria ...	4	7. Niveles de logro en 4.º grado de primaria .....	20
3. Resultados de su IE en 4.º grado de primaria ...	5	8. ¿Qué aporta la ECE al trabajo de aula en 4.º grado de primaria? .....	23
4. ¿Cómo evalúa la ECE en Matemática? .....	6	Anexos .....	43
5. Niveles de logro en 2.º grado de primaria .....	8		



# 1. ¿Para qué deben usarse los resultados de la ECE?

El objetivo de este informe es ofrecer información que oriente la reflexión pedagógica sobre las distintas acciones que se pueden realizar en la institución educativa (IE) a partir de los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE).

Además de los resultados cuantitativos, este documento presenta la descripción de los logros y las dificultades de los estudiantes que rindieron la prueba de Matemática en segundo y cuarto grados de primaria. Asimismo, brinda algunas recomendaciones y actividades pedagógicas que pueden ayudar en su quehacer diario en el aula.

En ese sentido, se espera que los resultados de la ECE se usen fundamentalmente para:

- ✓ **Fomentar la reflexión y el diálogo docente sobre los logros y las dificultades en Matemática** de los estudiantes de segundo y cuarto grados de primaria, pues dichos logros y dificultades pueden repercutir en grados posteriores dada la progresión de los aprendizajes de un ciclo a otro. Esta reflexión puede extenderse a otras capacidades del área si estas no se evaluaron, y a otras competencias no evaluadas en la ECE.
- ✓ **Diseñar estrategias pedagógicas** innovadoras que afiancen los aprendizajes logrados y atiendan a los estudiantes según sus necesidades de aprendizaje, en especial a aquellos que muestran mayores dificultades.

## Usos no deseados de la ECE

La ECE, al igual que toda evaluación nacional, mide el logro de algunas competencias y capacidades fundamentales mediante pruebas escritas. Si bien es un referente importante a nivel nacional, no reemplaza los instrumentos ni las estrategias de evaluación formativa que pueden emplearse en el aula; solo constituye uno entre varios indicadores que brindan evidencia sobre el aprendizaje de los estudiantes.

Por tanto, para no distorsionar el proceso de aprendizaje de los estudiantes ni la finalidad de la ECE, es necesario evitar las siguientes prácticas:

- ✗ Enfocar la enseñanza únicamente en las competencias evaluadas en la ECE, pues ello implicaría desatender las otras competencias de las áreas evaluadas (como Forma, movimiento y localización o la Gestión de datos e incertidumbre en Matemática en segundo grado, por ejemplo), descuidar la enseñanza de otras áreas, y dejar de lado el desarrollo de aspectos socioemocionales en la práctica pedagógica diaria.
- ✗ Reducir la enseñanza y la evaluación de las distintas competencias a la mera aplicación de pruebas escritas de opción múltiple (formato similar a la ECE).
- ✗ Concentrar los esfuerzos de mejora solo en los grados evaluados en la ECE, en perjuicio de los estudiantes de otros grados.

## 2. Resultados de su IE en 2.º grado de primaria

Las siguientes tablas muestran los resultados alcanzados por los estudiantes de 2.º grado de primaria de su IE en Matemática. Es importante leer estos resultados junto con la descripción de los niveles de logro que encontrará en las páginas siguientes de este informe. De esta manera se podrá tener una mejor comprensión de los resultados.

**Tabla 2.1** Resultados de su IE en 2.º grado de primaria en Matemática

Niveles de logro	Su IE	
	Cantidad	Porcentaje
Satisfactorio		
En proceso		
En inicio		
<b>Total</b>		

**Tabla 2.2** Resultados de su IE en 2.º grado de primaria en Matemática, según sexo (cantidad de estudiantes)

Niveles de logro	Sexo	
	Hombre	Mujer
Satisfactorio		
En proceso		
En inicio		
<b>Total</b>		

Analice las diferencias de resultados entre estudiantes hombres y mujeres. Se espera que la mayoría se ubique en el nivel Satisfactorio, sin mayores diferencias entre niñas y niños.

**Tabla 2.3** Resultados de su IE en 2.º grado de primaria en Matemática, por secciones (cantidad de estudiantes)

Niveles de logro	Secciones									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Satisfactorio										
En proceso										
En inicio										
<b>Total</b>										

### 3. Resultados de su IE en 4.º grado de primaria

A continuación, se muestran los resultados de su IE en 4.º grado de primaria. Considere que en este grado los resultados se presentan en cuatro niveles de logro.

**Tabla 3.1** Resultados de su IE en 4.º grado de primaria en Matemática

Niveles de logro	Su IE	
	Cantidad	Porcentaje
Satisfactorio		
En proceso		
En inicio		
Previo al inicio		
<b>Total</b>		

**Tabla 3.2** Resultados de su IE en 4.º grado de primaria en Matemática, según sexo (cantidad de estudiantes)

Niveles de logro	Sexo	
	Hombre	Mujer
Satisfactorio		
En proceso		
En inicio		
Previo al inicio		
<b>Total</b>		

Analice las diferencias de resultados entre estudiantes hombres y mujeres. Se espera que la mayoría se ubique en el nivel Satisfactorio, sin mayores diferencias entre niñas y niños.

**Tabla 3.3** Resultados de su IE en 4.º grado de primaria, por secciones (cantidad de estudiantes)

Niveles de logro	Secciones									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Satisfactorio										
En proceso										
En inicio										
Previo al inicio										
<b>Total</b>										

# 4. ¿Cómo evalúa la ECE

Se evalúa a partir de problemas que simulan situaciones de contexto real o que son propios de la matemática escolar. Estas situaciones buscan que el estudiante ponga en juego capacidades y conocimientos matemáticos.

De esta forma, cada pregunta de la prueba en Matemática responde al modelo de evaluación que se compone de tres elementos: contextos, capacidades y conocimientos.<sup>1</sup>

## • Capacidades movilizadas

- > **Matematiza situaciones:**  
Asocia situaciones con conocimientos matemáticos.
- > **Comunica y representa ideas matemáticas:**  
Expresa los conocimientos y procedimientos matemáticos.
- > **Elabora y usa estrategias:**  
Planifica y ejecuta su resolución.
- > **Razona y argumenta generando ideas matemáticas:**  
Justifica conclusiones, supuestos, etc., usando la matemática.



## • Contextos involucrados

- > **Contexto extramatemático:**  
Situación real o simulada.
- > **Contexto intramatemático:**  
Situación referida solo a lo matemático.



## • Conocimientos utilizados

- > **Cantidad:**
  - Idea y uso del número (natural o fraccionario).
  - Sistema de numeración decimal.
  - Operaciones básicas.



<sup>1</sup> La ECE 2016 tomó como referencia la RM N.º 199-2015.

# en Matemática?

## Prueba de Matemática

Las preguntas de la prueba pueden ser de:

- **Opción múltiple**, pregunta con 3 o 4 alternativas, de las cuales una es la respuesta, siendo las otras errores frecuentes de los estudiantes.

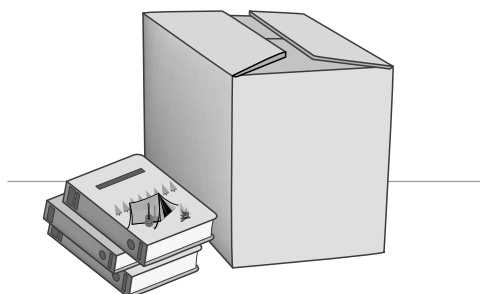
En un taller de danza hay 23 niñas y 17 niños.  
¿Cuántas niñas más que niños hay?

- a) 6 niñas.     b) 23 niñas.     c) 40 niñas.

- **Respuesta construida**, pregunta cuya respuesta requiere organización y elaboración de una solución.

Se presenta desde 4.º grado de primaria.

Crea un problema con los datos de la siguiente imagen, de modo que al resolverlo, la respuesta sea "9 libros".



En 2.º grado se evalúa prioritariamente Cantidad. En 4.º grado se evalúan todas las competencias.

### > Regularidad, equivalencia y cambio:

- Secuencias numéricas y gráficas.
- Números desconocidos en operaciones o comparaciones.
- Relaciones entre magnitudes.

### > Forma, movimiento y localización:

- Figuras de 2 y 3 dimensiones: forma, propiedades y medidas.
- Transformaciones en el plano (simetría o traslación).

### > Gestión de datos e incertidumbre:

- Tablas y gráficos estadísticos.
- Seguro, posible (probable), imposible.

## 5. Niveles de logro en 2.º grado de primaria

En la ECE, una de las maneras de presentar los resultados de los estudiantes es por medio de niveles de logro. Estos describen lo que un estudiante sabe y puede hacer. En la prueba de 2.º grado de primaria son tres los niveles de logro utilizados: Satisfactorio, En proceso y En inicio. Los estudiantes se ubican en alguno de estos niveles según sus respuestas en la prueba.

Es importante señalar que los niveles de logro son inclusivos. Esto significa que los niños y las niñas ubicados en el nivel Satisfactorio tienen alta probabilidad de responder adecuadamente las preguntas del nivel Satisfactorio y las preguntas de los niveles En proceso y En inicio. Asimismo, los estudiantes del nivel En proceso tienen alta probabilidad de responder adecuadamente las preguntas propias del nivel En proceso y las preguntas del nivel En inicio. A continuación, se describen estos niveles y se presentan ejemplos representativos de los dos aspectos evaluados en Cantidad, en 2.º grado de primaria:

- > Construcción del significado, y el uso del número y del SND
- > Construcción del significado y el uso de las operaciones

### Nivel Satisfactorio


### Logró los aprendizajes esperados.

Los estudiantes de este nivel emplean las cantidades expresadas en unidades y decenas, hacen composiciones y descomposiciones del número, y representan cantidades de forma usual y no usual. Además, resuelven problemas de más de una etapa con los significados aditivos establecidos para el grado. También hacen algunas deducciones a partir de la información dada.

A continuación, se presentan algunas preguntas de este nivel.

#### ● Sobre la construcción del significado, y el uso del número y del SND

Carlos tiene estos paquetes con caramelos:



¿Cuántas decenas de caramelos tiene Carlos?

a) 5 decenas.

b) 4 decenas.

c) 2 decenas.

Recodifica números naturales en diversas representaciones.



Se tienen todas estas galletas:



Se usarán bolsas para guardar 10 galletas en cada bolsa. ¿Cuántas bolsas se usarán?

- a) 6 bolsas.
- b) 7 bolsas.
- c) 74 bolsas.

Resuelve problemas de reagrupación de cantidades de objetos, referidos al sistema de numeración decimal.

### • Sobre la construcción del significado y el uso de las operaciones

Diego y Mauricio recolectan chapitas. Diego recolectó 18 chapitas y Mauricio 35 chapitas. ¿Cuántas chapitas más debe recoger Diego para tener la misma cantidad que Mauricio?

- a) 35 chapitas.
- b) 53 chapitas.
- c) 17 chapitas.

Resuelve problemas aritméticos en los que se establece una relación de igualdad entre cantidades presentadas en texto continuo.

Carmen pagó S/ 30 por la compra de dos toallas y un peine. Cada toalla le costó S/ 13. ¿Cuánto le costó el peine?

- a) S/ 43
- b) S/ 26
- c) S/ 4

Resuelve problemas aditivos de varias etapas presentados en diversos tipos de texto.



Al finalizar el año, todos los estudiantes deberían ubicarse en el nivel Satisfactorio.

## Nivel En proceso

Los estudiantes de este nivel emplean las cantidades expresadas en unidades, hacen composiciones y representan cantidades de forma usual. Asimismo, resuelven problemas aditivos con información explícita y de una etapa, vinculados a situaciones cercanas a su experiencia. También, dada una información, analizan y establecen relaciones básicas entre los elementos identificados en dicha información.

A continuación, se presentan algunas preguntas de este nivel.

- **Sobre la construcción del significado, y el uso del número y del SND**

Teresa ha preparado 37 bolitas de kiwicha. Ella las colocará en platos con 10 bolitas de kiwicha cada uno. ¿Cuántos platos utilizará Teresa y cuántas bolitas de kiwicha le sobrarán?

- Utilizará 3 platos y le sobrarán 7 bolitas de kiwicha.  
 Utilizará 4 platos y le sobrarán 3 bolitas de kiwicha.  
 Utilizará 37 platos y no le sobrarán bolitas de kiwicha.

Resuelve problemas de reagrupación de cantidades de objetos, referidos al sistema de numeración decimal.

- **Sobre la construcción del significado y el uso de las operaciones**

Tulio tenía 16 semillas y luego perdió algunas semillas. Ahora tiene 9 semillas. ¿Cuántas semillas perdió?

- 25 semillas.     9 semillas.     7 semillas.

Resuelve problemas aritméticos en los que una cantidad varía en el tiempo, presentados en texto continuo.

## Nivel En inicio

Los estudiantes de este nivel emplean algunas cantidades solo en unidades y resuelven algunas adiciones y sustracciones sencillas. También establecen ciertas relaciones numéricas elementales, por ejemplo, de ordenamiento. Estos estudiantes pueden resolver, de forma esporádica, solo algunas de las preguntas más fáciles de la prueba.



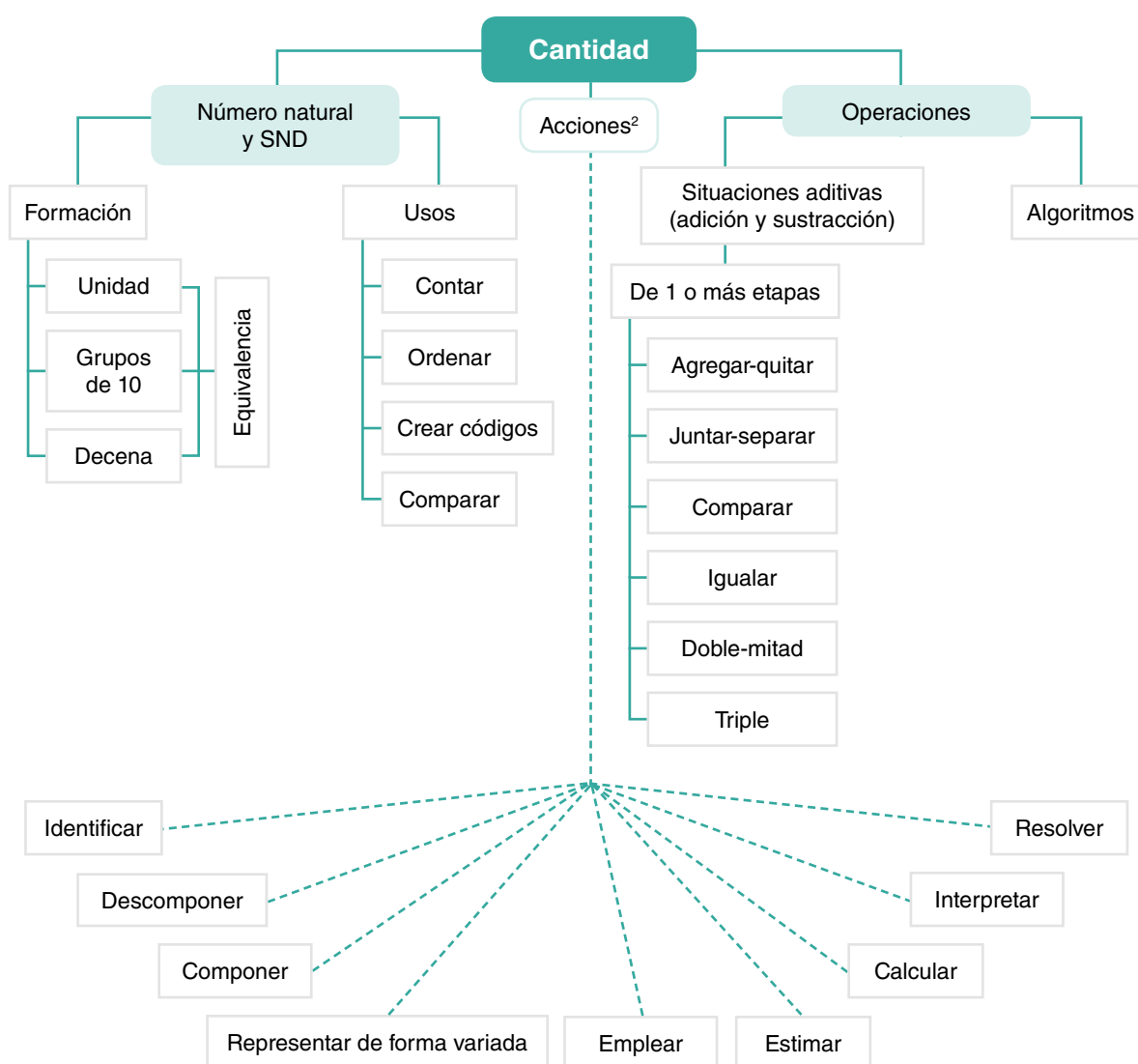
Tenga en cuenta que estos son solo algunos de los aprendizajes más importantes que deben lograr los estudiantes de 2.º grado en Matemática. También es necesario trabajar las competencias de Regularidad, equivalencia y cambio; Forma, movimiento y localización; y Gestión de datos e incertidumbre.

## 6. ¿Qué aporta la ECE al trabajo de aula en 2.º grado de primaria?

Esta sección busca fortalecer la comprensión de los aprendizajes de los estudiantes a fin de planificar y ejecutar acciones pedagógicas que contribuyan a su mejora. Presenta:

- > **Organizador gráfico de la competencia**, que brinda un panorama de lo evaluado.
- > **Logros y dificultades por aspecto evaluado**, que muestran variadas soluciones adecuadas del estudiante, así como interpretaciones que conducen a error, pero que revelan lo que el estudiante aprendió.
- > **Sugerencia para el trabajo en aula por aspecto evaluado**, que orienta a superar las dificultades que presentan los estudiantes.

### 6.1 Competencia: Actúa y piensa en situaciones de...



<sup>2</sup> Son realizadas por el estudiante en las actividades planificadas por el docente.

## Logros y dificultades en la comprensión del significado, y el uso del número natural y del SND

### Cuenta grupos de 10

### Nivel Satisfactorio

Se tienen todas estas galletas:



Se usarán bolsas para guardar 10 galletas en cada bolsa. ¿Cuántas bolsas se usarán?

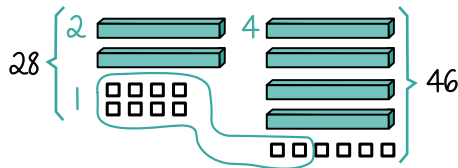
- a 6 bolsas.  b 7 bolsas.  c 74 bolsas.

A partir de dos cantidades de galletas, se identifica la máxima cantidad de grupos de 10 por formar asociándolas a bolsas.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Identifica grupos de 10, los formados o no.

> Gráficamente



R.  $2 + 4 + 1 = 7$  bolsas

> Simbólicamente

$28 \rightarrow 2$  bolsas y 8 galletas  
 $46 \rightarrow 4$  bolsas y 6 galletas  
 ↓  
 1 bolsa y 4 galletas

R. 7 bolsas

- Descompone en decenas y unidades.

D	U	
2	8	+
4	6	
<hr/>		
7	4	

↓  
7 decenas → 7 bolsas

R. Se usarán 7 bolsas

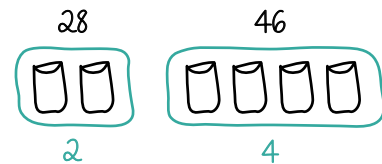
### Dificultades encontradas:

- Solo reconoce grupos de 10 ya formados.

$28 \rightarrow 2$  bolsas

$46 \rightarrow 4$  bolsas

R. 6 bolsas en total



R. Se usan 6 bolsas en total

- Suma cantidades sin descomponer el resultado.

$$\begin{array}{r} 28 + \\ 46 \\ \hline 74 \end{array}$$

R. 74 bolsas

### Comprende un número expresado en decenas

Nivel Satisfactorio

Carlos tiene estos paquetes con caramelos:



¿Cuántas decenas de caramelos tiene Carlos?

- a 5 decenas.     b 4 decenas.     c 2 decenas.

El estudiante interpreta la cantidad de caramelos presentados en los paquetes y la expresa en decenas formadas.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Cuenta el total de caramelos e identifica la cantidad de decenas que hay.

> Cuenta con saltos de 5 en 5



En 25 caramelos hay 2 decenas de caramelos

R. 2 decenas

- > Encuentra el total y lo representa en tablero posicional.

D	U
2	5

R. 2 decenas

- Agrupa en decenas.



1 decena    1 decena

R. 2 decenas

### Dificultades encontradas:

- Considera cada paquete como una decena, sin atender a la cantidad que lo conforma.



R. 5 decenas

- Descompone la cantidad total de caramelos y señala la cantidad de paquetes que lo conforman.

Hay 25 caramelos

$$20 + 5$$

↓

4 paquetes

R. 4 decenas

## Sugerencias para el trabajo en aula sobre la comprensión del significado, y el uso del número natural y del SND

### • Retroalimentación a los estudiantes con dificultades

Propiciar el aprendizaje, desde lo que comprende el estudiante, y ayudarlo, para que por descubrimiento personal, mediado por el docente, tome consciencia de su error y se encamine hacia una nueva forma de solución son actividades constantes del docente.

En estas actividades, usted puede orientar al estudiante de diversas formas. Observe los ejemplos de retroalimentación dada a dos estudiantes que tienen **dificultades** en la resolución del ítem de la página 12. Si usted aplica preguntas de este tipo, tenga en cuenta estas sugerencias:

#### Retroalimentación escrita

$$28 \longrightarrow 2 \text{ bolsas}$$

$$46 \longrightarrow 4 \text{ bolsas}$$

R. 6 bolsas en total.

---

En esta situación, ¿qué representan el 8 y el 6?  
¿Qué puedes hacer con esas cantidades?

Al final, ¿te siguen quedando galletas?

En esta solución se observa que el estudiante solo reconoce los grupos de 10 en la cifra de la decena de los números, pero no se da cuenta de que puede juntar las unidades para formar otro grupo de 10. Por ello, las preguntas deben orientarse a identificar qué es lo que sucede con las unidades “sueltas” que quedan.

#### Retroalimentación oral

$$28 +$$

$$\underline{46}$$

$$74$$

R. 74 bolsas

Docente:	Estudiante:
¿De qué trata el problema?	▶ De guardar galletas en bolsas.
¿Qué te piden encontrar?	▶ Las bolsas que usan.
¿Cómo lo resolviste?	▶ Sumé 28 más 46 y me dio 74.
¿Qué son los 74 que te dio?	▶ La cantidad de bolsas que se usan.
Para obtener 74 sumaste 28 y 46, cierto. ¿Qué son 28 y 46?	▶ Galletas
Si sumaste galletas, ¿puede darte bolsas?	▶ Mmm no, entonces son 74 galletas.
Muy bien. En 10 galletas se usa una bolsa. En 74 galletas, ¿cuántas bolsas usarás?	

Retroalimentar implica destacar los logros de sus estudiantes aunque sean pequeños, evitar calificarlos y reorientarlos desde su punto de partida. No significa darle la respuesta. En la plataforma Perú Educa, puede encontrar información adicional. Revise [http://www.perueduca.pe/recursosedu/manuales/primaria/manual\\_integrado\\_1er\\_trimestre\\_2do\\_grado.pdf](http://www.perueduca.pe/recursosedu/manuales/primaria/manual_integrado_1er_trimestre_2do_grado.pdf)

## • Enriquecimiento de las sesiones de aprendizaje

En las sesiones de aprendizaje del Ministerio de Educación revise la unidad 1 de 2.º grado en <http://www.minedu.gob.pe/rutas-del-aprendizaje/sesiones2016/unidad1/cuartogrado-mate.php> encontrará sesiones vinculadas a la formación de grupos de 10 y la comparación de números respecto de un referente.

A continuación, se presentan algunas sugerencias para la sesión 7 de la unidad 1 de 2.º grado.

✓ Identifique en qué proceso de la construcción del SND están sus estudiantes.

- Relaciona los números con objetos no necesariamente cuantitativos.
- Relaciona los números con una cantidad de elementos.
- Comprende el número en el sentido ordinal únicamente.
- Comprende el número como unidades únicamente.
- Comprende el número como unidades y decenas.
- Comprende el número como unidades, decenas y centenas.

Profundice este aspecto en el Informe para docentes 2010 en:

[http://www2.minedu.gob.pe/umc/ece2010/ECE2010Reportes/Guiadeanálisis2doPruebadematemática\\_web.pdf](http://www2.minedu.gob.pe/umc/ece2010/ECE2010Reportes/Guiadeanálisis2doPruebadematemática_web.pdf)

✓ Realice actividades con material concreto (semillas, material base diez, etc.), que brinden oportunidades para que los estudiantes formen y cuenten en grupos y no solo en unidades. Por ejemplo, indague qué materiales podría usar para que sus estudiantes respondan a la pregunta ¿cuántos niños hay en la imagen?



Comunicar que hay 20 niños se expresa de distintas formas como:

Hay 20 niños  
Hay 2 grupos de 10  
Hay 4 grupos de 5  
Hay 5 grupos de 4  
Hay 10 grupos de 2  
Hay 2 decenas

✓ Relacione estas representaciones con situaciones reales y variadas del contexto del niño o niña como parejas para jugar, hojas de un trébol, etc. Esto enriquecerá el significado y el análisis del número en cada niño.

✓ Es necesario también que los docentes cambien ciertas creencias con respecto a la construcción de la decena, que generan dificultades en el aprendizaje de los estudiantes. Por ejemplo, algunas personas consideran de manera errónea que la decena es solo una colección de diez elementos, cuando además también se le debería considerar como una nueva unidad. Respecto a este punto puede revisar el Informe para docentes 2012 en [http://www2.minedu.gob.pe/umc/ece2012/informes\\_ECE2012/IE\\_2do\\_grado/Como\\_mejorar\\_el\\_aprendizaje\\_de\\_nuestros\\_estudiantes\\_en\\_Matematica.pdf](http://www2.minedu.gob.pe/umc/ece2012/informes_ECE2012/IE_2do_grado/Como_mejorar_el_aprendizaje_de_nuestros_estudiantes_en_Matematica.pdf)

## Logros y dificultades en la comprensión del significado y el uso de las operaciones (adición y sustracción)

### Situación de igualación (una etapa)

Nivel Satisfactorio

Diego y Mauricio recolectan chapitas. Diego recolectó 18 chapitas y Mauricio 35 chapitas. ¿Cuántas chapitas más debe recoger Diego para tener la misma cantidad que Mauricio?

- a 35 chapitas.  
 b 53 chapitas.  
 c 17 chapitas.

A partir de la cantidad de chapitas recolectadas por dos niños, el estudiante interpreta que debe encontrar la cantidad de chapitas que le falta a un niño para alcanzar la cantidad que tiene el otro.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Interpreta la situación y aplica una estrategia para hallar la diferencia.

> Gráficamente



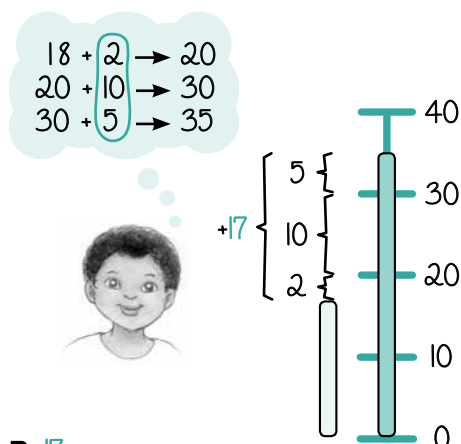
R. Debe recoger 17 chapitas.

> Aplicando algoritmo

$$\begin{array}{r} 35 - \\ 18 \\ \hline 17 \end{array}$$

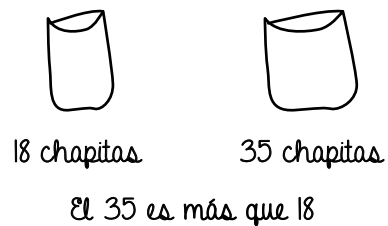
R. 17 chapitas.

> Conteo ascendente



### Dificultades encontradas:

- Asocia "más" con la mayor cantidad o con "más que".



R. 35 chapitas.

- Relaciona "más" con una adición.

$$\begin{array}{r} 18 + \\ 35 \\ \hline 53 \end{array}$$

R. 53 chapitas.

- Comete error de cálculo y no estima para verificar su resultado<sup>3</sup>.

$$\begin{array}{r} 35 - \\ 18 \\ \hline 23 \end{array}$$

R. 23

<sup>3</sup> Un estudiante puede haber estimado que  $18 + 23$  supera 35 como por ejemplo al realizar:  $18 + 20 = 38$  o  $20 + 23 = 43$



### Situación con varias etapas

### Nivel Satisfactorio

Carmen pagó S/ 30 por la compra de dos toallas y un peine. Cada toalla le costó S/ 13. ¿Cuánto le costó el peine?

- a) S/ 43     b) S/ 26     c) S/ 4

Ante la situación presentada, el estudiante la interpreta empleando distintos significados aditivos y la resuelve a partir de ello.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

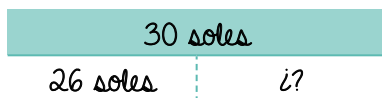
- Interpreta y resuelve por partes o de forma agrupada.

> Con diagramas

1.ª etapa:

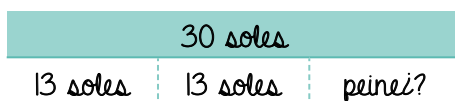


2.ª etapa:



R. El peine costó 4 soles.

> Con algoritmo



R. 4 soles.

### Dificultades encontradas:

- Considera solo una parte de la situación.

1 toalla: 13 soles  
2 toallas: 26 soles

R. El peine costó 26 soles.

$$30 - 13 = 17$$

R. S/ 17

- Suma los valores numéricos del enunciado.

$$\begin{array}{r} 30 + \\ 13 \\ \hline 43 \end{array}$$

R. 43 soles.

### Sugerencias para el trabajo en aula sobre la comprensión del significado y el uso de las operaciones (adición y sustracción)

#### • Retroalimentación al proceso de enseñanza

Las respuestas erradas de los estudiantes revelan lo aprendido y lo no comprendido por ellos. Estas respuestas ofrecen señales para mejorar el proceso de enseñanza. Revise con atención las respuestas equivocadas de los estudiantes, y en ellas atienda especialmente:

- El razonamiento que han seguido los estudiantes para llegar a su respuesta (lógica del estudiante).




- > Relacione las respuestas de los estudiantes con las experiencias pedagógicas planificadas por el docente y el vocabulario usado en clase (enseñanza).

Se muestra el siguiente ejemplo de cómo usar positivamente una pregunta de la ECE:

- 1.º La profesora Martha aplicó un ítem de la ECE sin alternativas de respuesta y durante su clase.

Carmen pagó S/ 30 por la compra de dos toallas y un peine. Cada toalla le costó S/ 13. ¿Cuánto le costó el peine?

La respuesta adecuada a este problema era S/ 4, pero la mayoría de sus estudiantes interpretó de manera distinta el problema y respondió de forma equivocada. Ella indagó lo que sus estudiantes pensaron (ideas o creencias del estudiante) al encontrar una **respuesta errada**. Halló que respondieron:

		
S/ 26, porque...	S/ 17, porque...	S/ 43, porque...
<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; “Compraron 2 toallas y cada una cuesta 13”.</li> <li>&gt; “No importa lo pagado”.</li> <li>&gt; “Se necesita el costo 13 de cada toalla”.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; “En un problema se suman o restan los números”.</li> <li>&gt; “Un peine cuesta menos que una toalla, resto”.</li> <li>&gt; “No puede gastar más de 30”.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>&gt; “Todo se halla sumando los números”.</li> <li>&gt; “Para hallar lo que se gastó se suma todo”.</li> <li>&gt; “Acabo de hacer ejercicios de suma, así que es de suma”.</li> </ul>

- 2.º Buscó el posible origen de las ideas de sus estudiantes y propuso cambios:

Posible origen de estas ideas	Cambios propuestos en la enseñanza
<p>En los problemas sobre situaciones compra-venta, precios-pagos, casi siempre se pregunta sobre el precio o el gasto total.</p>	<p>En los problemas sobre situaciones de compra-venta, precios-pagos, u otros se considerarán:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Proponer información numérica, adicional a la necesaria y con palabras.</li> </ul> <p>Por ejemplo, incluya la cantidad de unidades que vienen en un empaque, o los precios diferenciados por el tamaño de un producto. Así el estudiante aprenderá a discriminar la información que usa como dato de aquella que no empleará.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Incentivar la resolución de problemas privilegiando la representación y la comprensión de la información, y no solo el uso de algoritmos.</li> <li>Para ello pida que los estudiantes expresen con dibujos o esquemas lo que piensan antes de la resolución. Una buena señal es que usted encuentre formas diversas de representación y no uniformidad. Finalmente, comparta las distintas formas de resolución para que los estudiantes comprendan lo que un compañero hizo.</li> </ul>
<p>Los problemas se presentan al finalizar un tema para aplicar lo que se acaba de enseñar.</p>	
<p>Los problemas se resuelven siempre con una operación en la que intervienen todos los números del problema.</p>	

- **Enriquecimiento de las sesiones de aprendizaje**

Busque en las sesiones de aprendizaje la sesión 8 de la unidad 4 de 2.º grado. Para reforzar esta sesión puede realizar lo siguiente:

- ✓ Plantee problemas aditivos con diferentes significados a partir de situaciones reales. Para ello revise el reporte de la ECE 2012.
- ✓ Evite catalogar los problemas como “de suma” o “de resta” tanto en su lectura como en su resolución, pues ello promueve que sean resueltos de forma mecánica sin analizar su significado. Asimismo, evite asociar el significado de juntar o combinar para la adición y el de perder o quitar para la sustracción. Varie o cambie la pregunta de un problema o plantee problemas con los mismos datos que se resuelvan con una adición o sustracción. Por ejemplo:

**Hay 12 lápices y 8 borradores**

- ¿Cuántos lápices y borradores hay en total?
- ¿Cuántos borradores más se necesitan para tener la misma cantidad de lápices?
- ¿Cuántos lápices más que borradores hay?
- Se compraron 5 borradores más. ¿Cuántos borradores hay ahora?

- ✓ Promueva la creación de problemas y genere espacios para solucionarlos de forma creativa, en grupos o con todos los estudiantes del aula. Motive la resolución usando esquemas, gráficos, conteo, operaciones, etc.
- ✓ Presente problemas en distintos formatos: texto continuo o texto discontinuo (con información en dibujos, tablas, en gráficos de barras y pictogramas). Así, los estudiantes seleccionarán los datos en distintas presentaciones.
- ✓ Comparta con otros docentes aquellas prácticas que le dan buenos resultados. Averigüe qué otras prácticas docentes innovadoras facilitan el aprendizaje. Por ejemplo, desde el 2013 el Ministerio de Educación premia aquellas buenas prácticas docentes de aula. En ellas encontrará una serie de actividades de aula que permiten el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Revise este punto en:

<http://www.minedu.gob.pe/buenaspracticadocentes/pdf/pub3.pdf>

Conocer los logros y las dificultades de los estudiantes de 2.º grado permite proponer acciones para mejorar sus aprendizajes. Se han brindado ejemplos variados: de retroalimentación a los estudiantes con dificultades, de reflexión y retroalimentación al proceso de enseñanza y sugerencias específicas para enriquecer la labor en el aula. Ello se ha realizado sobre la base de algunas evidencias de la ECE. Sin embargo, debe extenderse a otros aspectos de la competencia matemática. Considere que para ello usted, como docente, puede disponer de mucha información y cuenta con conocimiento del aula.

## 7. Niveles de logro en 4.º grado de primaria

En la prueba de 4.º grado de primaria, son cuatro los niveles de logro utilizados para presentar los resultados de los estudiantes: Satisfactorio, En proceso, En inicio y Previo al inicio. De manera similar a 2.º grado de primaria, los niveles de logro son inclusivos. A continuación, se describe cada uno de estos niveles y, al mismo tiempo, se presentan ejemplos representativos del tipo de preguntas que los estudiantes de este grado logran resolver en cada nivel.

### Nivel Satisfactorio

Logró los aprendizajes esperados.

Los estudiantes de este nivel, además de lograr los aprendizajes de los niveles anteriores (En proceso, En inicio y Previo al inicio), son capaces de interpretar y representar en su forma variada los números naturales. También emplean estos números para resolver y modelar problemas aditivos o multiplicativos de hasta dos etapas, así como para formular problemas de una etapa. Por otro lado, emplean las fracciones para comunicar situaciones.

Además, interpretan y deducen información de gráficos estadísticos e identifican la ocurrencia de sucesos sencillos usando las nociones de seguro, posible e imposible.

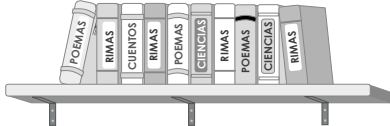
De otro lado, resuelven problemas que presentan dos equivalencias, regularidades o relaciones de cambio entre dos magnitudes. Asimismo interpretan y usan la igualdad como equilibrio y equivalencia, y la aplican en la medición del tiempo y la longitud o relacionando hasta dos equivalencias para deducir nueva información.

Finalmente, visualizan figuras y deducen información, que es empleada para resolver problemas, algunos de las cuales involucran al perímetro y área.

A continuación, se presenta una pregunta de este nivel.

Repisa de libros

En una repisa del aula hay libros de poemas, de rimas, de cuentos y de ciencias. Observa:



En esta repisa, ¿qué parte de la cantidad total de libros corresponde a "libros de cuentos"?

a  $\frac{1}{10}$      b  $\frac{4}{10}$      c  $\frac{10}{1}$      d 1

**Capacidad:**  
Comunica y representa

**Indicador:**  
Interpreta el uso de las fracciones en su significado parte-todo con cantidades continuas o discretas.



Al finalizar el año, todos los estudiantes deberían ubicarse en el nivel Satisfactorio.

## Nivel En proceso

Los estudiantes de este nivel, además de lograr los aprendizajes del nivel En Inicio y Previo al inicio, usan los números naturales para resolver y modelar problemas aditivos o multiplicativos sencillos. También evidencian un manejo inicial de la noción de fracción.

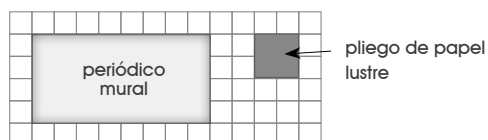
Además, organizan datos en tablas y los interpretan respecto a dos variables. También interpretan algunos gráficos estadísticos e identifican la noción de moda en situaciones sencillas.

De otro lado, a partir de equivalencias que involucran relaciones aditivas o multiplicativas, hallan un valor desconocido.

Finalmente, identifican figuras geométricas en variadas posiciones y usan la noción de área con unidades no convencionales.

A continuación, una pregunta de este nivel.

Mariano quiere saber cuántos pliegos de papel lustre se necesitarán para cubrir un periódico mural. Para averiguarlo, en una hoja cuadriculada hizo un dibujo que guarda relación con los tamaños del periódico mural y del pliego de papel lustre. Observa:



¿Cuántos pliegos de papel lustre se necesitarán aproximadamente para cubrir el periódico mural?

- a 4 pliegos.       b 8 pliegos.  
 c 24 pliegos.     d 32 pliegos.

**Capacidad:**  
Matematiza

**Indicador:**  
Resuelve situaciones problemáticas que involucran el cálculo del área de un triángulo o un rectángulo.

## Nivel En inicio

Los estudiantes de este nivel realizan composiciones y canjes de cantidades, interpretan y las expresan de forma usual. Resuelven problemas aditivos con datos explícitos y de una etapa, vinculados a situaciones cercanas. Aplican los algoritmos de adición y sustracción.


Además, interpretan cantidades en tablas estadísticas haciendo referencia a una variable.

De otro lado, reconocen y aplican el patrón de algunas secuencias. Además, hallan un valor desconocido en una equivalencia numérica explícita.


Finalmente, identifican algunas figuras planas y tridimensionales. Usan intuitivamente nociones geométricas, si la información es explícita. También visualizan algunas caras de un cuerpo geométrico.


A continuación, una pregunta de este nivel.


Con estas figuras se está decorando una pared.  
Observa:




De acuerdo con esta secuencia, ¿cuál es la figura que sigue?

a 

b 

c 

d 

**Capacidad:**

Razona y argumenta

**Indicador:**

Interpreta el patrón de repetición en una secuencia gráfica en diversas situaciones.

## Nivel Previo al inicio

Los estudiantes presentan dificultades para resolver, incluso, las preguntas más sencillas de la prueba. Por tanto, no se tiene evidencia suficiente para describir sus aprendizajes.



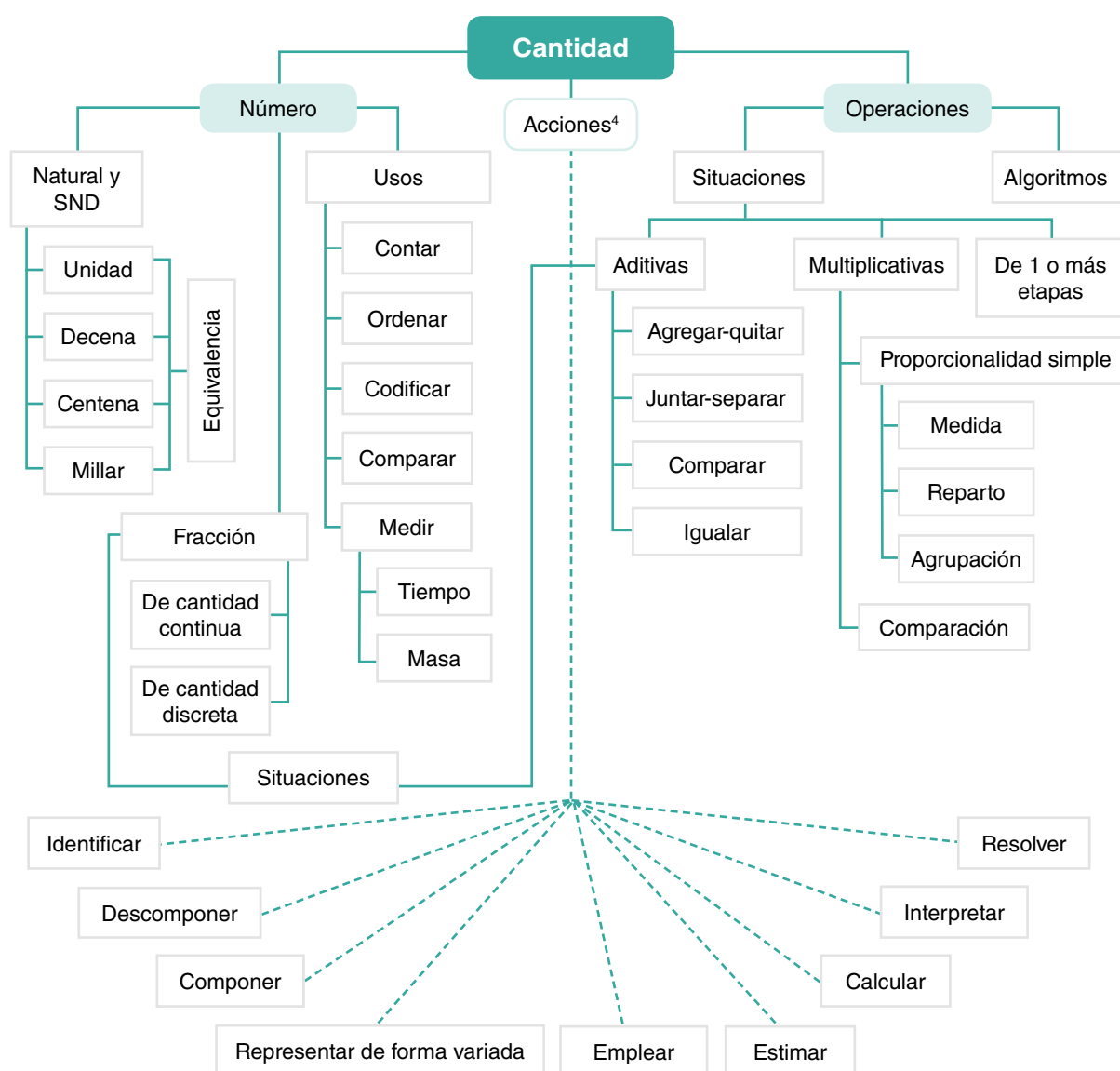
Los estudiantes del nivel En proceso, En inicio y Previo al inicio presentan dificultades para lograr los aprendizajes descritos en el nivel Satisfactorio. Ellos requieren atención diferenciada para superar sus dificultades y lograr el nivel Satisfactorio.

## 8. ¿Qué aporta la ECE al trabajo de aula en 4.º grado de primaria?

Esta sección busca fortalecer la comprensión de los aprendizajes de los estudiantes a fin de planificar y ejecutar acciones pedagógicas que contribuyan a su mejora. Presenta:

- > **Organizador gráfico de la competencia**, que brinda un panorama de lo evaluado.
- > **Logros y dificultades por aspecto evaluado**, que muestran variadas soluciones adecuadas del estudiante, así como interpretaciones que conducen a error, pero que revelan lo que el estudiante aprendió.
- > **Sugerencia para el trabajo en aula por aspecto evaluado**, que orienta a superar las dificultades que presentan los estudiantes.

### 8.1 Competencia: Actúa y piensa en situaciones de...



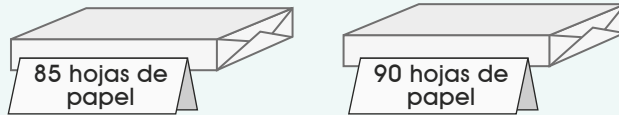
<sup>4</sup> Son realizadas por el estudiante en las actividades planificadas por el docente.

## Logros y dificultades en la comprensión y el uso del número natural, del SND y de las operaciones

### Grupos de 10

### Nivel Satisfactorio

Tania tiene estos dos paquetes de papel. Observa:



Ella arma cuadernillos. Utiliza 10 hojas de papel en cada uno. ¿Cuántos cuadernillos podrá armar Tania con todo el papel que tiene?

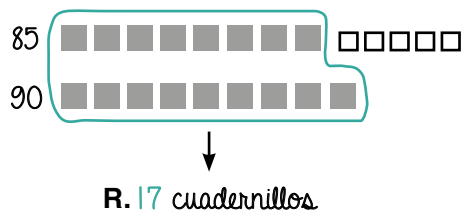
- a 8 cuadernillos.       c 18 cuadernillos.  
 b 17 cuadernillos.       d 175 cuadernillos.

A partir de las dos cantidades de hojas de papel se identifica la cantidad máxima de grupos de 10 (decena) que se puede formar, y se las asocia a cuadernillos.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Identifica grupos de 10 (noción de decena).

> Gráficamente



> En sumandos

$$85 = 80 + 5 \rightarrow 8 \text{ cuadernillos}$$

$$90 = 90 + 0 \rightarrow 9 \text{ cuadernillos}$$

R. 17 cuadernillos

- Junta las cantidades y descompone en decenas y unidades el total.

$$90 + 85 = 175 \rightarrow 17 \text{ decenas}$$

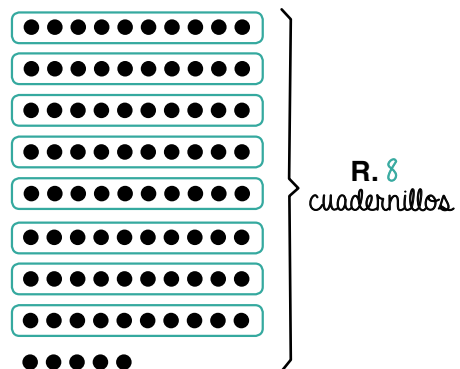
R. 17 cuadernillos

### Dificultades encontradas:

- Cuenta las unidades sueltas como un nuevo grupo de 10.



- Solo reconoce grupos de 10 en la primera cantidad (la asume como dato).



- Suma las cantidades y no descompone el resultado.

$$85 + 90 = 175$$

R. 175 cuadernillos



### Estructura multiplicativa: interpretación del residuo

### Nivel Satisfactorio

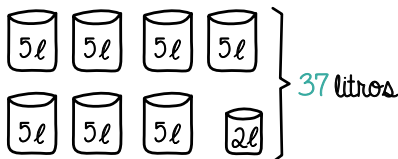
Para pintar su casa, Fernando decide comprar pintura que solo se vende en baldes de 5 litros. Si necesita 37 litros de pintura, ¿cuántos baldes de pintura tiene que comprar?

- a) 5 baldes de pintura.
- b) 7 baldes de pintura.
- c) 8 baldes de pintura.
- d) 37 baldes de pintura.

Resolver este problema requiere usar la agrupación de 5 e interpretar cómo se debe emplear el residuo, que según la situación es como un entero más.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Compone con grupos de 5 e interpreta el residuo como un entero más.

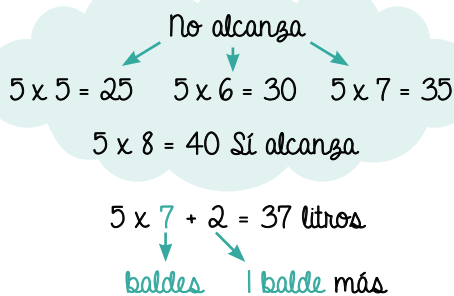


R. 8 baldes de pintura

- Usa modelo aditivo e interpreta el residuo.

$$37 = \underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 2}_{8 \text{ baldes}}$$

- Usa modelo multiplicativo e interpreta el residuo.



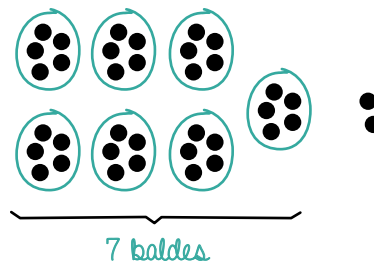
R. 8 baldes

R. 8

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 5} \\ -35 \overline{) 7} \\ \hline 2 \end{array} \rightarrow \text{Se debe comprar un balde más}$$

### Dificultades encontradas:

- Agrupa correctamente, pero no interpreta el residuo como un balde más.



$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 5} \\ -35 \overline{) 7} \\ \hline 2 \end{array}$$

R. 7 baldes

- Interpreta incorrectamente los datos.

La pintura se vende en baldes de 5 litros  $\rightarrow$  Debe comprar 5 baldes de pintura

R. 5 baldes

- Considera el dato sin atender a las condiciones de la situación.

R. Se necesitan 37 litros o baldes

## Formulación de un problema

## Nivel Satisfactorio

Crea un problema con los datos de la siguiente imagen. Asegúrate que su respuesta sea: "Mariela tiene 12 tarjetas".



Escribe el problema aquí:

---



---

Respuesta: Mariela tiene 12 tarjetas.

Se pide crear un problema atendiendo a la situación propuesta en la imagen mostrada y cuya respuesta sea la que se indica.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Formula el problema usando una estructura aditiva. (Se muestran ejemplos según el tipo de PAEV<sup>5</sup>).

Mariela tiene 8 tarjetas.  
Si Pedro le regaló 4  
tarjetas, ¿Cuántas tarjetas  
tiene Mariela?

(Cambio 1)

Mariela tiene dieciséis tarjetas y  
le regaló cuatro a su mejor  
amigo y hermano Pedro.  
Si Mariela le regaló cuatro  
tarjetas a Pedro  
¿Cuántas tarjetas tiene Mariela?

(Cambio 2)

Mariela y Pedro van a jugar  
con tarjetas y tienen 16, Pedro  
tiene 4 tarjetas ¿Cuántas  
tarjetas tiene Mariela?

(Combinación 2)

### Dificultades encontradas:

- Usa los datos sin formular la pregunta o la tarea que se debe resolver en el problema.

Si Mariela tiene 12  
tarjetas y Pedro  
tiene solo 4 tarjeta

Si Mariela tiene 12 tarjetas  
a Pedro le falta 8 para que  
tenga igual.

- Redacta una situación con los datos y la respuesta pedida.

Un día Mariela tenía 16  
tarjetas y Pedro no tenía  
ninguna Mariela le regaló

4 tarjetas y se que con 12

- Opera los datos, pero no redacta el problema

$P=16$   $M=?$   $P=16-4=12$

$M=12$

<sup>5</sup> PAEV: Problemas Ariméticos Elementales Verbales. Puede revisar la graduación propuesta para el país en: <http://www.minedu.gob.pe/rutas-del-aprendizaje/documentos/Primaria/Matematica-IV.pdf>

## Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Formula el problema usando estructura aditiva. (Se muestran ejemplos según el tipo de PAEV).

Mariela tiene 8 tarjetas más que Pedro. ¿Cuántas tarjetas tiene Mariela?

(Comparación 3)

Pedro tiene 8 tarjetas menos que Mariela. ¿Cuántas tarjetas tiene Mariela?

(Comparación 6)

Mariela tiene una cantidad de tarjetas, y Pedro tiene 4 tarjetas. Si a Pedro le faltan 8 tarjetas para tener igual cantidad que Mariela. ¿Cuántas tarjetas tiene Mariela?

(Igualación 4)

- Formula el problema usando una estructura multiplicativa.

Mariela y Pedro son hermanos y les gusta jugar con tarjetas. Pedro tiene 4 tarjetas y Mariela tiene el triple. ¿Cuántas tarjetas tiene Mariela?

$$\begin{array}{r} 4 \times \\ 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

(Repetición de una medida)

## Dificultades encontradas:

- Usa los datos y formula una pregunta que no corresponde a la respuesta solicitada.

Mariela tiene 8 tarjetas y Pedro tiene 4 tarjetas. ¿Cuántas tarjetas en total entre los dos?

Mariela tiene 12 Pedro tiene 4. ¿Cuánta falta para que Kenya 12 tarjetas?

- Usa datos, opera con cantidades para llegar a la respuesta, pero su formulación no es coherente con lo que ha realizado.

Pedro tiene 4 tarjetas, y Mariela tiene más que Pedro. ¿Cuánto tiene Mariela?

$4 \times$   
 $\frac{3}{12}$  tarjetas

Pedro y Mariela juegan con las tarjetas. Si hay 16 tarjetas y Pedro tiene 4 tarjetas menos que Mariela. ¿Cuántas tarjetas tiene Mariela?

$8 +$   
 $4$   
 $12 //$

Mariela tiene 12 tarjetas Pedro tiene 4 tarjetas. ¿Quién tiene la mayor cantidad de tarjetas?

$16 -$   
 $4$   
 $12$

## Sugerencias para el trabajo en aula sobre la comprensión y el uso del número natural, del SND y de las operaciones

### • Retroalimentación al proceso de enseñanza

Al analizar los resultados del ítem de la página 25, se encuentra que:

#### Desde la ECE

Casi un tercio de los estudiantes contestó bien **c) 8 baldes**, lo cual muestra que ante problemas cercanos a la realidad usan su competencia matemática.

Resolver este problema no requiere de operaciones aritméticas, pues se puede graficar e interpretar cada agrupación y el residuo 2 como baldes. Además, si bien el problema se asocia usualmente con una división también puede ser interpretado como adición, sustracción o multiplicación, siendo necesario en todos los casos, decidir sobre “qué hacer con los 2 litros” obtenidos en el procedimiento.

Aproximadamente dos tercios de los estudiantes se equivocaron. Esto indica que hay dificultades.

- Casi la mitad respondió **b) 7 baldes**. Esto muestra que agrupan 37 de 5 en 5 (con cualquier estrategia), pero **no interpretan el residuo 2**. ¿Por qué no se da esta interpretación?

Las investigaciones educativas indican que, por la práctica constante, los estudiantes aprenden erróneamente que resolver problemas en matemática es identificar datos numéricos, realizar una operación con ellos y responder con el resultado de la operación. Se deja de valorar el sentido común que más bien debiera permitirse en la escuela.

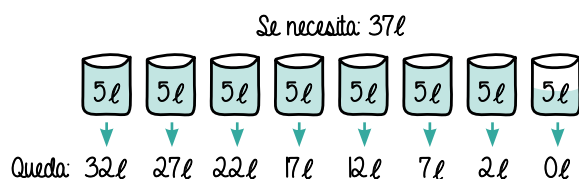
- Casi un cuarto respondió **a) 5 baldes** o **d) 37 baldes**. Esto revela que los estudiantes no comprendieron el problema atendiendo a uno de los datos numéricos e interpretándolo como la respuesta, sin reflexionar sobre la coherencia de esta en relación al problema.

#### ¿Qué podemos seguir haciendo?

- Representar los problemas con gráficos o esquemas para mejorar la comprensión.
- Privilegiar la interpretación del estudiante. En base a ella asocie el tema por trabajar, así construirá aprendizajes significativos.
- Presentar el problema como desafío inicial y no solo como aplicación de la operación.
- Favorecer el uso de diversas estrategias de resolución.
- Presentar problemas con pequeños números que permitan interpretar los elementos de las operaciones.

#### ¿Cómo superar las dificultades?

- Propiciar el diálogo conjunto para comprender cualquier problema y lograr el apoyo entre los estudiantes. Podría:
  - > Preguntar de lo concreto a lo abstracto, orientando a lo esencial del problema. ¿Qué personaje participa? ¿Qué sucede? ¿Qué objeto se menciona? ¿Qué se dice de ese objeto? ¿Para qué se usa en el problema? ¿Siempre se usa igual? ¿Qué nos piden hallar? ¿Qué información nos sirve para resolver el problema?
  - > Usar el vocabulario del estudiante al repreguntar y posteriormente conectar con el vocabulario formal.
  - > Dramatizar la situación o dibujarla con el apoyo de los estudiantes que la comprenden con facilidad. Por ejemplo, podría dibujar, completar datos o pegar figuras (la acción reforzará el proceso realizado, en este caso resta sucesiva) en un esquema como:



- Conectar el problema con la realidad. ¿Qué haría un pintor? ¿Qué haría alguien en casa?
- Si hay mucha dificultad, recrear el problema con menor exigencia conservando su intención. Por ejemplo graficar los 37 litros o usar vasitos.
- Dar sentido a todos los términos de una operación.
- Plantear problemas que:
  - > contengan datos no numéricos.
  - > no requieran operaciones aritméticas en su solución.
  - > tengan una respuesta no numérica
  - > tengan una respuesta distinta al de una operación.

## • Enriquecimiento de las sesiones de aprendizaje

El estudiante al crear problemas es el protagonista, muestra su creatividad, la flexibilidad de su pensamiento y sus intereses en relación con la competencia matemática. Cuando el estudiante crea problemas imagina su resolución. Por ello descubre relaciones, así como, reconoce y evita los "errores" que la dificultarían. Esta creación puede ser grupal a fin de fortalecer la confianza y el diálogo entre los estudiantes, o individual con el propósito de expresar las motivaciones y la seguridad ante el manejo de nociones o procedimientos matemáticos.

En la resolución y formulación (incluida la variación) de problemas, se recomienda reconocer los elementos de un problema que según Malaspina y Vallejo (2014)<sup>6</sup> son:

- a) **Información:** comprende los datos y relaciones dados en el problema.
- b) **Requerimiento:** es lo solicitado, puede ser cuantitativo o cualitativo.
- c) **Contexto:** puede circunscribirse a lo matemático o vincularse a una situación real.
- d) **Entorno matemático:** son los conceptos que pueden intervenir en la solución.

Además, puede trabajar con las situaciones propuestas por Fernández (2007)<sup>7</sup>. Algunas son:

- a) **Generativas:** centradas en el razonamiento lógico, y no en cantidades ni operaciones.
  - > **Sin números:** refuerza la relación entre los hechos y los supuestos. Por ejemplo:
    - *Luis va al mercado y quiere comprarse una pelota. Cuando regresa del mercado, ¿qué pasó con el dinero de Luis?*
  - > **Para deducir ideas:** se brinda información para realizar deducciones. Por ejemplo:
    - *Roy tiene monedas de S/ 2 y Liz monedas de S/ 5. ¿Quién puede comprar más cosas?*
  - > **Cualitativas:** busca que el estudiante pregunte por información, hasta resolver el problema. Por ejemplo: *Luis realizó compras. ¿Cuánto dinero le queda?*
  - > **Enunciados abiertos:** se brinda información a partir de una foto, un esquema, una oración, etc. y el estudiante debe redactar un problema que la emplee.
- b) **De estructuración:** en ellos los estudiantes crean y resuelven problemas a partir de:
  - > **Una respuesta dada:** por ejemplo: *Inventa un problema cuya respuesta sea 12 tarjetas.*
  - > **Una expresión matemática:** por ejemplo: *Inventa un problema que se use  $450 - 90$ .*
  - > **Cumpliendo dos condiciones:** por ejemplo: *Inventa un problema...*
    - *Con información de un cartel y cuya respuesta sea S/ 20.*
    - *En el contexto de un partido de vóley y con la operación  $25 - 12$ .*
- c) **Enlaces:** permiten manejar la información y conectar las partes del problema.
  - > **Varias preguntas a partir de un enunciado,** como *Liz tiene 120 hojas y 25 plumones.*
  - > **Preguntar a partir de un enunciado y una operación**

<sup>6</sup> Malaspina, U. y Vallejo, E. (2014). Creación de problemas en la docencia e investigación. En U. Malaspina (editor), Reflexiones y propuestas en Educación Matemática (pp. 7-54). Lima: PUCP.

<sup>7</sup> Fernández, J. (2007). Apúntate un tanto y tantea un punto. Resolución de problemas matemáticos. En Aprender matemática. Metodología y modelos europeos (pp. 85-102). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. Secretaría Nacional de Educación. Parte recuperado en <http://www.grupomayeutica.com/documentos/metamodelos.pdf>

## Logros y dificultades en la comprensión del significado, y el uso de las fracciones

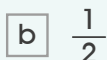
### Parte-todo (continuo)

### Nivel En proceso

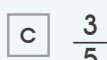
Marta compró un pliego de cartulina y lo dividió en ocho pedazos del mismo tamaño. Con uno de los pedazos hizo una pelota y con otros dos construyó una casita. ¿Qué parte del pliego de cartulina utilizó Marta en total?



$\frac{3}{8}$



$\frac{1}{2}$

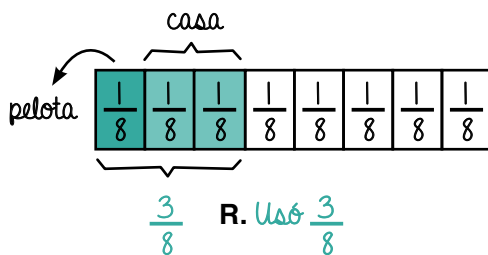


$\frac{3}{5}$

Resolver esta pregunta implica imaginar la situación y recordar la noción de fracción (parte-todo) y la noción aditiva para encontrar la representación simbólica buscada.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Identifica las partes y el todo.



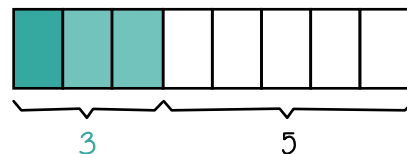
- Modela con una adición.

$$\begin{array}{ccc} \text{pelota} & \text{casa} & \text{total usado} \\ \frac{1}{8} & + & \frac{2}{8} = \frac{3}{8} \end{array}$$

R. Usó  $\frac{3}{8}$  de cartulina

### Dificultades encontradas:

- Identifica las partes del total como números naturales. Confunde parte-todo con parte-parte.

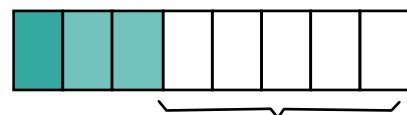


R. Se usó  $\frac{3}{5}$

- Confunde lo que se pide hallar.

pelota y casita, son 2 cosas  $\frac{1}{2}$

R.  $\frac{1}{2}$



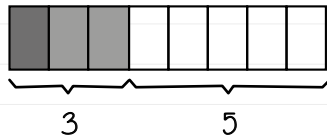
R. Se usó  $\frac{5}{8}$  de cartulina

### Sugerencias para el trabajo en aula sobre la comprensión del significado, y el uso de las fracciones

- Retroalimentación a los estudiantes con dificultades

En las **dificultades encontradas**, los estudiantes muestran sus aciertos parciales y sus confusiones. El docente en diálogo con el estudiante puede ayudarlo a que se dé cuenta de su dificultad, a fin de reorientar su forma de razonar.

### Retroalimentación escrita



R.:  $\frac{3}{5}$



*En tu dibujo, ¿en cuántas partes dividiste la cartulina?, ¿cómo se observa esa cantidad en la fracción que has escrito?*

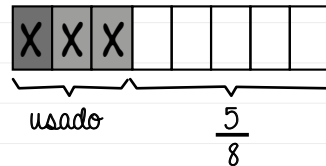
*¿3 es todo o es parte de la cartulina?  
¿5 es todo o es parte de la cartulina?*

El estudiante reconoció de forma adecuada las partes iguales en las que se dividió la cartulina, (8) y señala la parte usada y no usada escribiendo los respectivos números.

Esto último aparentemente confunde al estudiante al emplear notación simbólica. Probablemente eso ocurra porque el estudiante pierde de vista el todo (8, el denominador) y la parte (3, el numerador).

Por ello, las preguntas deben orientarse a reforzar lo que el estudiante identificó en el gráfico y el sentido de esto en la notación simbólica.

### Retroalimentación oral



**Docente:**

**Estudiante:**

- |   |   |   |
|---|---|---|
| ¿Sobre qué es el problema?                          | ➤ | Sobre cómo se usó una cartulina.                        |
| ¿Qué tienes que encontrar?                          | ➤ | Lo usado de la cartulina.                               |
| ¿Cuánto te salió?                                   | ➤ | 5/8   |
| ¿Cómo obtuviste 8?                                  | ➤ | Son los 8 pedazos.                                      |
| ¿De dónde obtuviste 5?                              | ➤ | De lo que queda de cartulina.                           |
| y... "la cartulina que queda", ¿es lo que te piden? | ➤ | Mmmm... No  |
| ¿Qué tienes que encontrar?                          | ➤ | Lo que usé... que es 3/8.                               |
| ¿Y por qué crees que te confundiste?                | ➤ | Creo que porque lo taché y no lo conté.                 |
| ¿Entonces qué tienes que hacer una próxima vez?     | ➤ | Fijarme si la respuesta responde a lo que me preguntan. |

### • Enriquecimiento de las sesiones de aprendizaje

Las sugerencias de esta sección se pueden aplicar a las sesiones planificadas en 4.º grado, en particular a la Unidad 4 / sesión 6.

Presente el problema planteado en esta sesión:

Al salón de cuarto grado, le ha tocado cultivar la cuarta parte del terreno de un huerto. La maestra ha visitado el terreno y ha encontrado que es de forma rectangular y está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuántas de estas partes les toca?

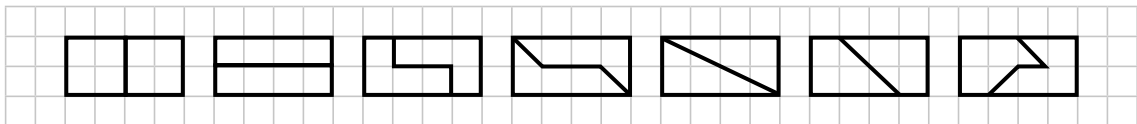
Acuerde que un rectángulo de papel representará un terreno. Luego pida que sus estudiantes dibujen cómo imaginan que se ha dividido el terreno. Y observe cómo dan su respuesta, ¿son todas iguales? Anímelos a variar, a imaginar distintas posibilidades que cumplan la condición.

Si ellos no están acostumbrados a este tipo de trabajo, bríndeles los siguientes ejemplos de rectángulos (todos del mismo tamaño) y solicite que reconozcan cuáles pueden representar el terreno del problema. Pida que en grupo expliquen las razones de su decisión.

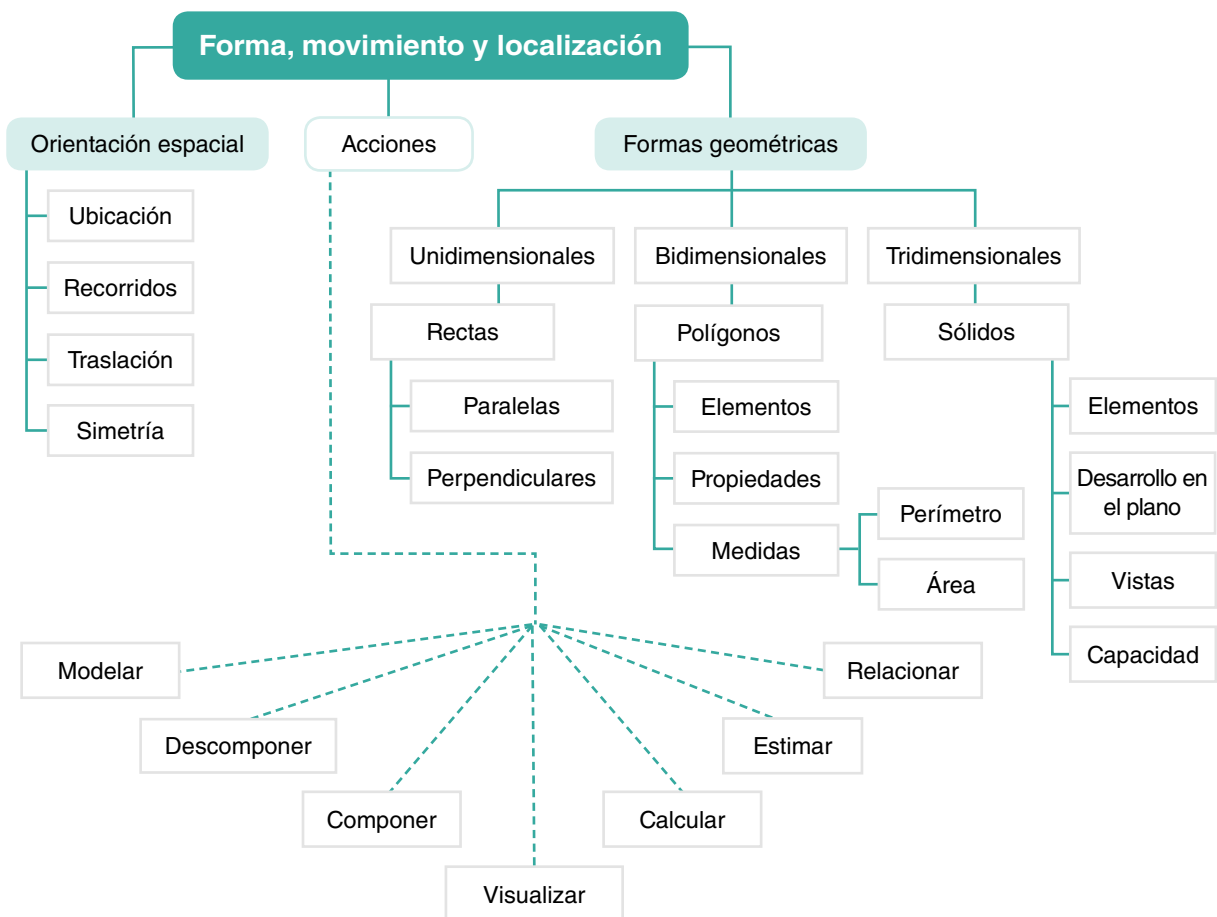


Todos los ejemplos representan al terreno, pues cada uno está dividido en 8 partes iguales. Considere que aunque las partes no tengan la misma forma, son áreas equivalentes. Se espera que los estudiantes argumenten su respuesta con el doblado de papel o a partir de nociones previas, como la de mitad o cuarto.

Si sus estudiantes tienen dificultades, proponga un caso para un “terreno dividido en 4 partes iguales” o “un terreno dividido en 2 partes iguales”. Use, de ser necesario, papel cuadriculado para facilitar la comprensión. Por ejemplo:



## 8.2 Competencia: Actúa y piensa en situaciones de...



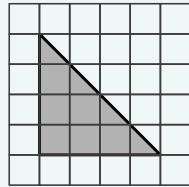


## Logros y dificultades en la comprensión de la noción de área

### Área: figuras o unidades equivalentes

Nivel Satisfactorio

Si cada  $\square$  tiene 1 unidad de área ( $1 u^2$ ), ¿cuál es el área del triángulo sombreado?

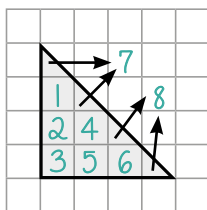


- a  $4 u^2$     b  $8 u^2$     c  $12 u^2$     d  $16 u^2$

Resolver esta situación implica identificar la unidad de medida ( $\square$ ) en su notación  $u^2$  y encontrar equivalencias de la figura o equivalencias de la unidad de medida. A partir de ello requiere calcular el área de la región coloreada.

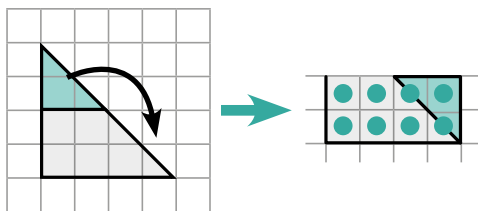
### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Reconoce equivalencias de la unidad.



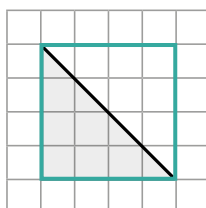
R. 8 cuadraditos

- Compone una figura equivalente.



R. 8

- Visualiza el menor rectángulo que contiene al triángulo.

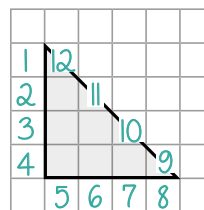


Es la mitad del cuadrado ( $16 u^2$ ),

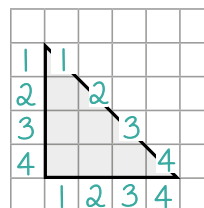
R.  $8 u^2$

### Dificultades encontradas:

- Mide con unidades de longitud.

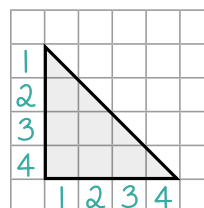


R. 12 unidades



R. 4 unidades

- Usa el algoritmo del área lado por lado.

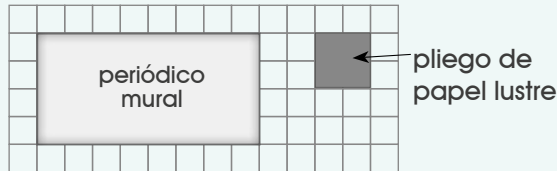


R.  $4 \times 4 = 16 u^2$

**Área: unidad no convencional**

**Nivel En proceso**

Mariano quiere saber cuántos pliegos de papel lustre se necesitarán para cubrir un periódico mural. Para averiguarlo, en una hoja cuadrículada hizo un dibujo que guarda relación con los tamaños del periódico mural y del pliego de papel lustre. Observa:



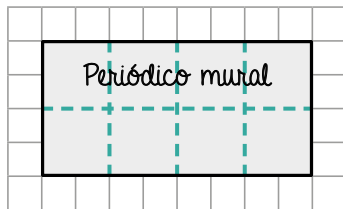
Resolver esta pregunta requiere identificar la unidad de medida (pliego de papel de lustre, equivalente a 4 cuadraditos de cuadrícula), y de acuerdo a ello calcular el área rectangular del periódico mural.

¿Cuántos pliegos de papel lustre se necesitarán aproximadamente para cubrir el periódico mural?

- a 4 pliegos.     b 8 pliegos.     c 24 pliegos.     d 32 pliegos.

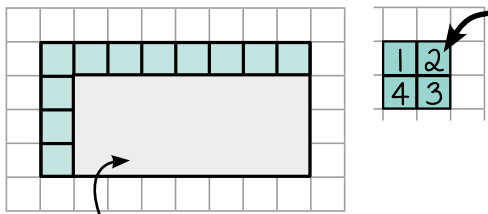
**Logros (algunas soluciones adecuadas):**

- Identifica unidad de medida y cuenta.



R. 8 pliegos

- Identifica otra unidad de medida (cuadradito □) y modela con operaciones.



Periódico mural  
 $4 \times 8 = 32$   
 $32 \div 4 = 8 \text{ pliegos}$

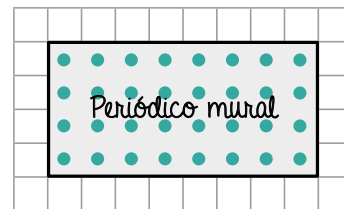
Cada pliego tiene 4 cuadraditos.



R. 8

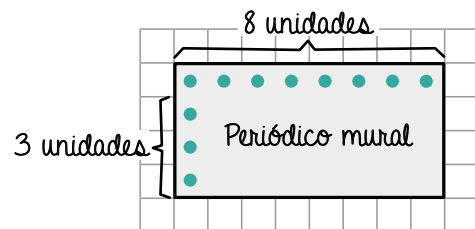
**Dificultades encontradas:**

- Asume una unidad de medida distinta (cuenta cuadraditos □, pero no pliegos).



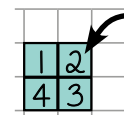
R. 32 pliegos

- Cuenta "sin repetir" las unidades (identificadas como cuadraditos □).



R.  $8 \times 3 = 24 \text{ pliegos}$

- Cuenta cuadraditos □ en la unidad de medida (pliego).



R. 4

## Sugerencias para el trabajo en aula sobre la noción de área

### • Retroalimentación al proceso de enseñanza

Las respuestas de los estudiantes permiten orientar el proceso de enseñanza hacia el logro de los aprendizajes. Se observa que los estudiantes confunden las magnitudes longitud y superficie, así como sus unidades de medida.

Al usar cuadrículas, los docentes usan la palabra “cuadraditos” para referirse de manera indistinta a las unidades de medida de longitud y superficie.



“Construyan un rectángulo de 4 cuadraditos de ancho y 10 cuadraditos de largo. Su área es 40 cuadraditos”.

“El perímetro del rectángulo es de 28 cuadraditos, ¿cuál puede ser su área en cuadraditos?”



Al usar “cuadraditos” para perímetro y área podría generarse ideas equivocadas en los estudiantes:

Los cuadraditos sirven para medir superficies y longitudes.

**Figura A**

¿El cuadradito de cada esquina se cuenta o no?

**Figura B**

¡Esto es un error!

**Figura C**

Se crean dudas.

Se podría aclarar esta confusión o dudas diciendo: “La rayita (el lado del cuadradito) es una unidad de longitud. En cambio el cuadradito es una unidad de superficie, porque cubre parte del plano”.

Unidad de superficie (cuadradito)



Unidad de longitud (rayita)

“Construyan un rectángulo con 4 rayitas de ancho y 10 rayitas de largo e indiquen su área en cuadraditos”.

**Figura A:**

Perímetro: 28

Área: 40

“Construyan un rectángulo que tenga 28 rayitas de perímetro”. “Calculen el área considerando como unidad de medida un cuadradito”.

**Figura B:**

Perímetro: 28

Área: 40

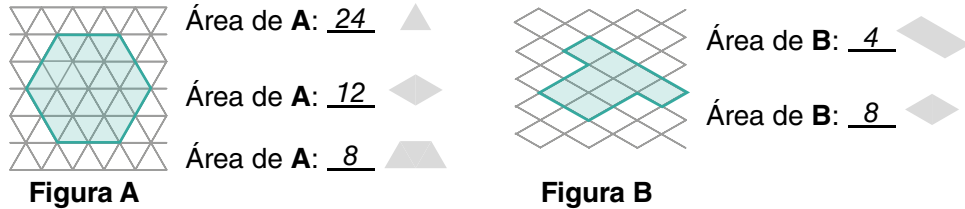
**Figura C:**

Perímetro: 28

Área: 24

• **Enriquecimiento de las sesiones de aprendizaje**

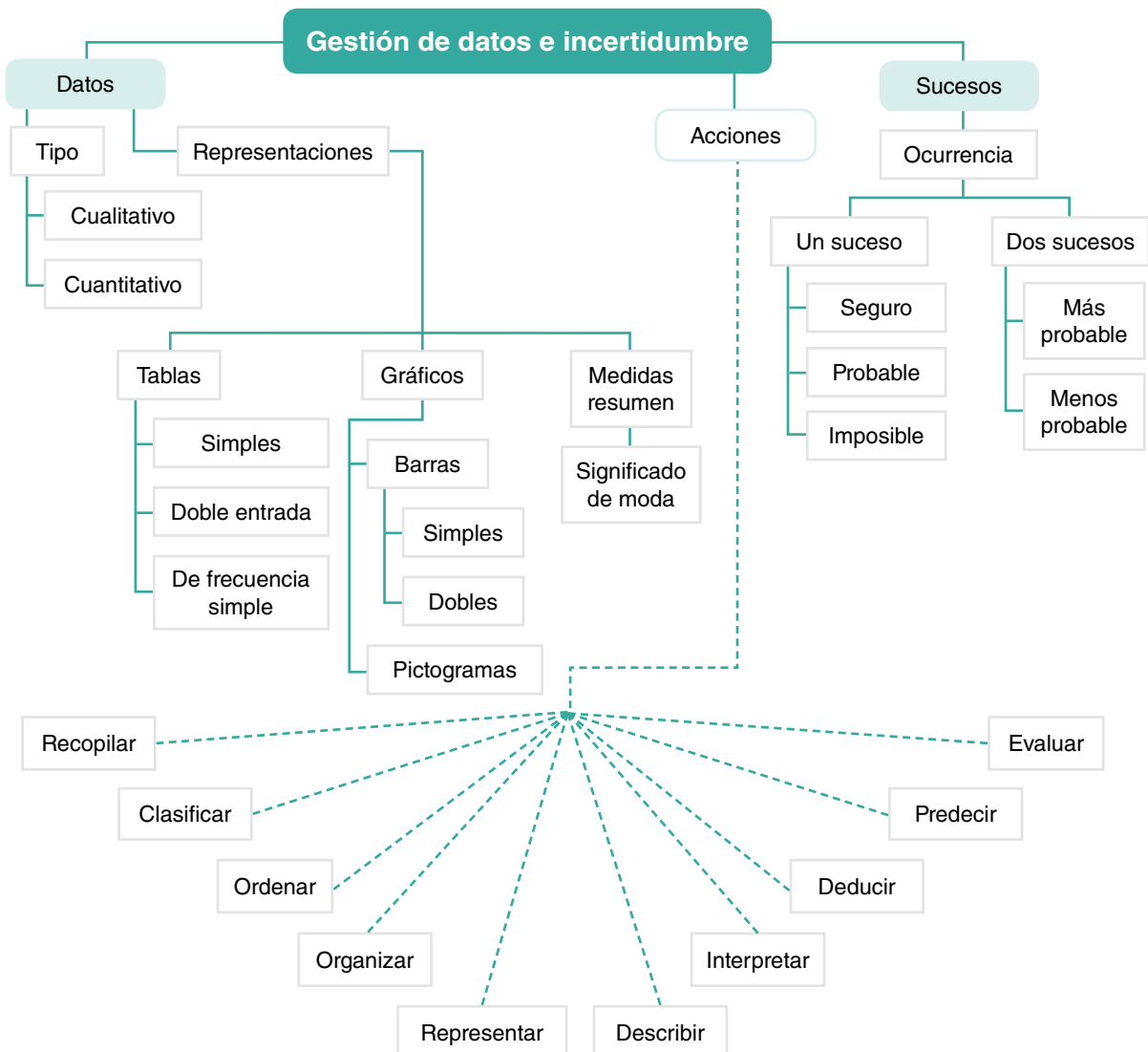
Al trabajar la noción de área, los estudiantes debieran familiarizarse con variadas unidades. Introduzca figuras dibujadas en rejillas triangulares, de cuadraditos, etc. En ellas tome como unidad de medida figuras que incluso sean compuestas. Por ejemplo:



Además, conecte con otros temas, como perímetro o fracciones. Por ejemplo: **para la figura A**,

- > si cada triángulo pequeño tiene lados de 1 cm, ¿cuál es el perímetro de la figura verde? 18 cm.
- > si se colorean 6 triángulos pequeños de gris, ¿qué parte de **A** es gris? 2/8 o 1/4

**8.3 Competencia:** Actúa y piensa en situaciones de...



## Logros y dificultades en la interpretación de pictogramas y la comprensión de la noción de probabilidad

### Gráficos: pictogramas

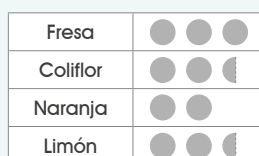
### Nivel Satisfactorio

Cada porción de 100 gramos de los alimentos que presentamos en la tabla contiene la cantidad de vitamina C indicada:

Vitamina C en los alimentos

Porción de alimentos	Cantidad de vitamina C en miligramos (mg)
Fresa	60
Coliflor	50
Naranja	40
Limón	50

El siguiente pictograma representa la misma información de la tabla "Vitamina C en los alimentos".



En el pictograma, ¿cuántos miligramos (mg) de vitamina C representa cada ● ?

- a 1 mg     b 10 mg     c 20 mg     d 60 mg

La solución implica interpretar y elegir los datos necesarios de una tabla, para hallar el valor del ícono base del pictograma mediante el uso de la estructura multiplicativa.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Recodifica uno de los datos.

Fresa: 60 → ● 20  
→ ● 20  
→ ● 20

R. Vale 20

Naranja: 40    ●    ●  
                  20 + 20

- Modela con operaciones.

$$40 = 2 \times \square$$

R. Es 20

$$40 \div 2 = 20$$

R. 20

### Dificultades encontradas:

- Interpreta inadecuadamente la tarea.

Hay 10 ● R. 10 mg

Tienen que ser 100 mg → son 10  
Entonces, 10 mg

En los pictogramas el dibujo siempre vale 1.

R. 1 mg

El mayor es 60 mg.

R. 60 mg

## Noción de probabilidad

Ricardo coge, sin mirar, una de estas frutas.

Marca lo que es imposible que suceda.

- |                            |                       |                                       |                    |
|----------------------------|-----------------------|---------------------------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> a | Que coja una manzana. | <input type="checkbox"/> c            | Que coja una pera. |
| <input type="checkbox"/> b | Que coja un plátano.  | <input checked="" type="checkbox"/> d | Que coja una piña. |



## Nivel Satisfactorio

La solución requiere identificar qué es lo que podría suceder.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Comprende "imposible" como "no sucede", "no se puede".

R. *No se puede coger una piña (d) porque no hay.*

- Coger una manzana se puede.
- Coger un plátano se puede.
- Coger una pera se puede.
- Coger una piña **NO SE PUEDE**.

R. *Que coja una piña (d)*

### Dificultades encontradas:

- Interpreta "imposible" como "mayor posibilidad".

R. *La manzana porque está adelante y es más grande (a)*

R. *El plátano, por ser más grande (b)*

- Interpreta "imposible" como "menos probable".

R. *La fresa, por ser pequeña.*

R. *La pera, porque está más atrás. (c)*

### Sugerencias para el trabajo en aula sobre pictogramas y probabilidad

Indague por las ideas del estudiante que ha respondido de forma inadecuada. Use las palabras que él o ella emplea.

#### Retroalimentación escrita



Al responder la pregunta de la pág. 38

R. *Es imposible sacar la fresa.*



*¿Por qué es imposible sacar la fresa?*

*Completa: Es posible que tú \_\_\_\_\_*

*Es imposible que tú \_\_\_\_\_*

En esta solución, al parecer el estudiante interpreta la palabra "imposible" con otro significado. Es necesario identificar el significado que tiene de esa palabra y su contraste con la palabra "posible". Si el estudiante no lo puede explicar, usted puede indagar sobre lo que entiende a través de ejemplos, por ello se usa esta alternativa en la retroalimentación.

### Retroalimentación oral



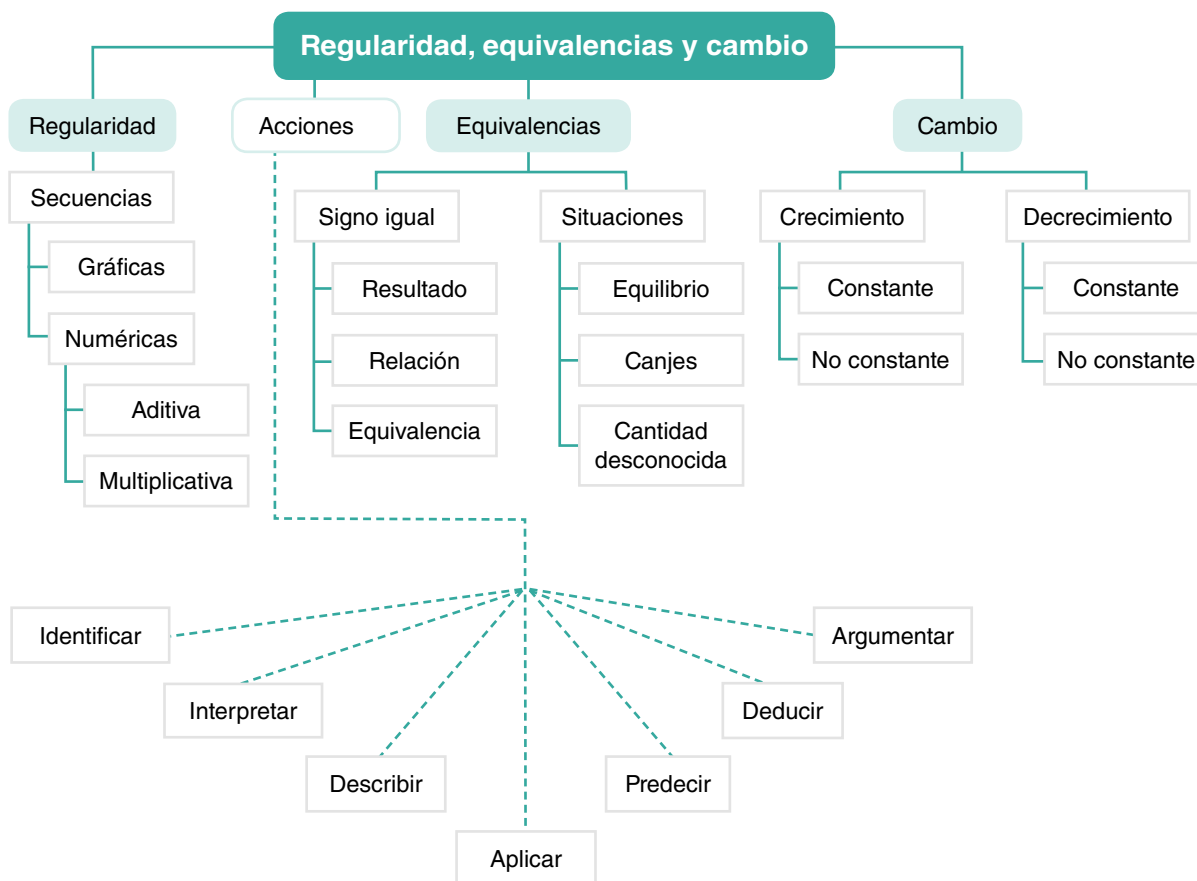
Al responder la pregunta de la pág. 37: **R: 10 mg**

**Docente:**

**Estudiante:**

- |   |  |
|---|--|
| ¿Qué te piden realizar?   | ➤ Hallar el valor de una bolita.                                   |
| ¿Cómo lo hallaste?  | ➤ Conté 10 bolitas. Como todo era 100, cada bolita vale 10.        |
| ¿Por qué todo era 100?  | ➤ Dice “cada porción vale 100 gramos”.                             |
| ¿100 gramos está en la tabla?   | ➤ Sí, son las porciones.   |
| (señalando la tabla) De fresa son 100 gramos, ¿qué significa el 60 de la tabla? | ➤ 60 miligramos de vitamina C en la fresa.                         |
| ¿Y cómo se representa esa información en bolitas?                               | ➤ Con 3 bolitas  |
| Entonces ¿cuántos miligramos vale cada bolita?                                  | ➤ Si 3 bolitas son 60 miligramos, una bolita es 20, 20 miligramos. |

### 8.4 Competencia: Actúa y piensa en situaciones de...







## Logros y dificultades en la comprensión de secuencias y equivalencias

### Secuencias multiplicativas

Nivel Satisfactorio

Samuel dibujó en su cuaderno figuras con triángulos negros y blancos. Él siguió una secuencia al dibujarlas y anotó en una tabla la cantidad total de triángulos negros que tiene cada figura.

Figura dibujada				
Cantidad de triángulos negros	1	3	9	27

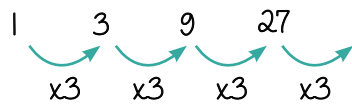
De acuerdo con la secuencia, ¿qué operación puede realizar Samuel para saber cuántos triángulos negros tendrá la siguiente figura?

- a  $27 + 3$     b  $27 \times 3$     c  $27 \times 9$     d  $27 \times 27$

La solución implica interpretar la información presentada para deducir cómo obtener el término siguiente a partir del término previo, y expresarlo una operación.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Identifica el patrón y lo expresa.



R.  $27 \times 3$

De cada triángulo negro siempre salen 3 triángulos negros más chicos.



R.  $27 \times 3$

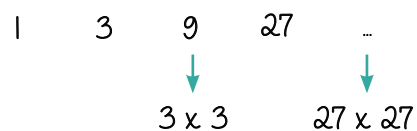
### Dificultades encontradas:

- Interpreta el aumento como suma.

De cada triángulo salen 3 más.

R.  $27 + 3$

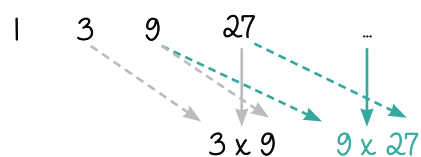
- Extiende un caso, sin verificar el patrón.



Multiplico el número anterior por sí mismo.



R.  $27 \times 27$



Multiplico los dos números anteriores.



R.  $27 \times 9$



## Equivalencias

## Nivel Satisfactorio

En una comunidad se intercambian los animales de la siguiente manera:



En esa comunidad, ¿cuántas ovejas se necesitan para intercambiarlas por un burro?



a 12 ovejas.

b 6 ovejas.

c 3 ovejas.

d 1 oveja.

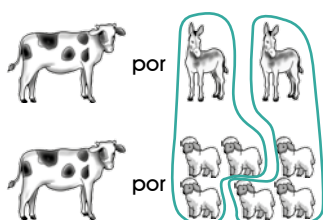
La solución requiere identificar las dos equivalencias y establecer una relación entre ellas empleando la propiedad transitiva de la igualdad.

### Logros (algunas soluciones adecuadas):

- Ordena la información y deduce.

2 burros → 1 vaca → 6 ovejas  
 2 burros → 6 ovejas  
 Luego,  
 1 burro → 3 ovejas

R. 3 ovejas



1 burro vale 3 ovejas

R. 3

### Dificultades encontradas:

- Interpreta 1 sola equivalencia.

Por 1 vaca: 2 burros y 6 ovejas  
 Cambia 1 burro por 6 ovejas  
 Entonces tiene 1 burro y 12 ovejas

R. 12 ovejas

Por 1 vaca: 2 burros y 6 ovejas  
 Cambia 1 burro por 6 ovejas

R. 6 ovejas

- Deduce en base a experiencias.

Por 1 vaca: 2 burros o 6 ovejas  
 Un burro es menos útil que una vaca.  
 Por 1 burro me dan menos de 3 ovejas

R. 1 oveja

### Sugerencias para el trabajo en aula sobre secuencias y equivalencias

Las regularidades son reconocidas por los estudiantes como "algo" que se repite en los distintos aspectos de la matemática y de la vida, en el comportamiento de las operaciones aritméticas, en las fases de la luna, en los movimientos geométricos, en las secuencias gráficas o numéricas, en las paredes empapeladas, etc.

En particular las secuencias permiten reconocer las variaciones. Por ello es importante que el estudiante pueda:

- > Explorar y encontrar regularidades en las distintas situaciones del entorno, así como en los variados aspectos de la matemática. Por ejemplo, pueden acompañar con palmas el ritmo de una canción o reconocer secuencias al trabajar tablas estadísticas, tablas de registros, etc.
- > Identificar regularidades y describir los comportamientos regulares o patrones que observan. Por ejemplo, en una misma secuencia de objetos se pueden observar distintas regularidades.
- > Describir lo observado abstrayendo cada vez más, reconociendo que una misma idea se puede expresar de forma equivalente con otras palabras. De este modo puede verbalizarlas como repeticiones, ciclos, operaciones, con palabras o con símbolos, tomando como base el término anterior, a partir de las ubicaciones, la posición que ocupa, etc.

En relación con las equivalencias, su construcción obedece a una comprensión más elaborada de la igualdad, ya no solo como el resultado de una operación, sino como una relación que indica que la expresión que está a la izquierda tiene el mismo valor que la que está a la derecha, aunque su apariencia sea distinta. Por ejemplo, la equivalencia entre monedas:



Conocer los logros y las dificultades de los estudiantes de 4.º grado permite proponer acciones para mejorar los aprendizajes. Se han brindado ejemplos variados: de retroalimentación a los estudiantes con dificultades, de reflexión y retroalimentación al proceso de enseñanza y sugerencias específicas para enriquecer la labor en el aula. Ello se ha realizado sobre la base de algunas evidencias de la ECE. Sin embargo, debía extenderse a otros aspectos no tratados. Considere que para ello, usted dispone de mucha información y experiencia, pues tiene un amplio conocimiento de aula.

Tenga siempre presente que el desarrollo de determinadas capacidades y la comprensión de las nociones en un aspecto de la matemática contribuyen a mejorar el desarrollo de los otros aspectos del área. Conecte las competencias y ofrezca la posibilidad de dar más significado a los aprendizajes.

Tome en cuenta también que un aprendizaje no acaba en un grado determinado, sino que se profundiza o diversifica posteriormente. Por ejemplo, lo que se aprendió sobre representar cantidades hasta 2.º grado de primaria se profundiza en 3.º y 4.º, y más allá. Entonces es válido preguntar por decenas en una cantidad o por lo que ocurre con grupos de 10 o de 100 objetos. Lo que se aprendió de manera significativa y razonada se reconstruye y no se olvida. Para profundizar en aprendizajes previos puede revisar las secciones 5 y 6 de este reporte.

## Anexos

Las siguientes tablas muestran los resultados alcanzados en Matemática por los estudiantes de 2.º y 4.º grados de primaria en su UGEL, DRE y a nivel nacional.

**Tabla A.1** Resultados de su UGEL, su DRE y nacional en 2.º grado de primaria en Matemática

Niveles de logro	UGEL	DRE	Nacional
Satisfactorio			34,1 %
En proceso			37,3 %
En inicio			28,6 %
<b>Total</b>			100,0 %

**Tabla A.2** Resultados de su UGEL, su DRE y nacional en 4.º grado de primaria en Matemática

Niveles de logro	UGEL	DRE	Nacional
Satisfactorio			25,2 %
En proceso			41,6 %
En inicio			22,5 %
Previo al inicio			10,7 %
<b>Total</b>			100,0 %

Para acceder a los resultados generales de la ECE,  
puede ingresar al sitio web del Sicrece.



<http://sicrece.minedu.gob.pe>

Si usted tiene alguna consulta o comentario sobre este informe, comuníquese con nosotros:

✉ [medicion@minedu.gob.pe](mailto:medicion@minedu.gob.pe) ☎ Telf. (01) 615-5840

Visite nuestro sitio web

🌐 <http://umc.minedu.gob.pe>

Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes  
Ministerio de Educación  
Calle Las Letras 385, San Borja - Lima, Perú