

¿Qué logran nuestros estudiantes en **Matemática**?

2.º grado de **Secundaria**

Resultados de la ECE

Una oportunidad para que
reflexionemos sobre el
aprendizaje de **TODOS**
los estudiantes de nuestra
IE y no solo los del grado
evaluado

Contenido

1. Aspectos generales de la ECE	2	5. Comparación de su IE con otras similares ..	12
2. ¿Qué evalúa la prueba de Matemática?	3	6. Logros y dificultades de los estudiantes en la prueba de Matemática	14
3. ¿Cómo se presentan los resultados de la ECE?	5	7. Sugerencias pedagógicas	38
4. Resultados nacionales y de su IE en la ECE 2015	10		

1. Aspectos generales de la ECE

¿Qué es la ECE?

La Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) es una evaluación estandarizada que realiza anualmente el Ministerio de Educación para conocer qué y cuánto están aprendiendo los estudiantes¹ de todas las escuelas públicas y privadas del país.

¿Por qué es importante la ECE?

Porque ofrece información confiable a directores, a docentes y a otros actores del sistema educativo sobre los logros de aprendizaje de los estudiantes, con el propósito de generar espacios de reflexión y orientar las acciones de mejora.

¿Por qué se evalúa a segundo grado de secundaria?

Porque el final del VI ciclo de la Educación Básica Regular es un momento oportuno para saber cuál es el nivel de aprendizaje de los estudiantes y, a partir de este diagnóstico, diseñar e implementar estrategias de apoyo a fin de que ellos concluyan su educación secundaria satisfactoriamente.

¿Qué se evalúa en la ECE de segundo grado de secundaria?

En la ECE 2015, se evaluó las competencias de Lectura y Matemática. Adicionalmente, de modo muestral, se evaluó la competencia de Escritura. En las próximas aplicaciones de la ECE en este grado, se plantea ampliar la evaluación a otras competencias.

¿Para qué deben usarse los resultados de la ECE?

Este informe de resultados de la ECE brinda información valiosa para crear espacios de reflexión sobre las distintas acciones que se realizan en la IE con la finalidad de garantizar aprendizajes de calidad para todos los estudiantes. Por tanto, si usted enseña en tercer grado de secundaria, podrá proponer e implementar acciones para desarrollar la competencia matemática de los estudiantes evaluados el año anterior. Si usted es docente de segundo grado, podrá orientar su trabajo pedagógico para que este año sus estudiantes puedan lograr los aprendizajes esperados para el grado considerando los resultados y los análisis de este informe. Además, los docentes de los otros grados del nivel secundario podrán conocer los logros y las dificultades de los estudiantes en Matemática y analizar qué pudo causar esta situación (primer grado) o las consecuencias de estos resultados en el futuro (cuarto y quinto grados). Este diagnóstico debería servir como punto de partida para plantear estrategias que permitan a todos sus estudiantes desarrollar los aprendizajes esperados.

¹ En el presente documento, se utiliza de manera inclusiva términos como “el docente”, “el estudiante” y sus respectivos plurales (así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo) para referirse a hombres y a mujeres.

2. ¿Qué evalúa la prueba de Matemática?

La competencia matemática² en la ECE 2015

Actualmente, existe un acelerado desarrollo de la ciencia y de la tecnología, y un incremento de información numéricamente expresada. Esto demanda una ciudadanía que comprenda y se exprese en términos matemáticos, para que pueda ejercer sus derechos, solucionar problemas, modelar el lugar donde viven, generar tecnología y contribuir al progreso.

Aunque esta competencia se desarrolla con la experiencia diaria, esta por sí sola no permite enfrentar los retos de la sociedad. Por ello, la educación escolar busca desarrollar la competencia matemática necesaria para afrontar situaciones cotidianas, lejanas e hipotéticas, e incluso puramente abstractas, indispensables para el aprendizaje continuo en diversos contextos culturales.

En particular, la educación matemática de los estudiantes del VI ciclo de EBR posibilita el afianzamiento de su autonomía, la valoración del lenguaje matemático, y el desarrollo de un pensamiento flexible, estructurado y abstracto. Asimismo, amplía su horizonte numérico, estimula el uso comprensivo del lenguaje algebraico, las relaciones de las formas geométricas, y del razonamiento probabilístico.

De acuerdo con los documentos curriculares vigentes, la ECE considera que:

La competencia matemática es un saber actuar deliberado y reflexivo que selecciona y moviliza una diversidad de habilidades, conocimientos matemáticos, destrezas, actitudes y emociones, en la formulación y resolución de problemas en una variedad de contextos.

Esta competencia se pone de manifiesto en situaciones referidas a cuantificar, medir, identificar regularidades, establecer equivalencias y variaciones, caracterizar y describir la forma y la ubicación de los objetos; asimismo en la organización y sistematización de datos, y en el manejo de la incertidumbre, entre otros.

Según lo anterior se diseñó el modelo de evaluación de la prueba de Matemática que permite elaborar cada pregunta. Este modelo considera tres aspectos: capacidades, contenidos y contextos que a continuación se presentan.

² La ECE evalúa como una única dimensión la competencia matemática del estudiante. Esta es el resultado de todas las competencias o aspectos considerados en el área, según documentos curriculares vigentes.

Capacidades

- > **Matematiza situaciones.** Implica asociar situaciones de la vida real o simulaciones con objetos matemáticos.
- > **Comunica y representa ideas matemáticas.** Se orienta a expresar el significado de los objetos matemáticos a través de representaciones.
- > **Elabora y usa estrategias.** Implica planificar y ejecutar estrategias heurísticas, procedimientos y estimaciones.
- > **Razona y argumenta generando ideas matemáticas.** Se orienta a justificar y validar conclusiones, supuestos, conjeturas e hipótesis usando objetos matemáticos.

Contenidos

- > **Cantidad.** Comprende los números racionales en sus representaciones de fracción, decimal y porcentaje. Asimismo, el significado de las operaciones básicas en los racionales, y la relación entre estas, involucrando el cálculo y la estimación.
- > **Regularidad, equivalencia y cambio.** Considera las regularidades, las relaciones proporcionales entre dos magnitudes, las expresiones algebraicas, las ecuaciones o inequaciones, la función lineal y la interpretación de sus representaciones.
- > **Forma, movimiento y localización.** Comprende la clasificación y las propiedades de figuras de dos y tres dimensiones, así como sus medidas (perímetro, área, volumen) y la transformación de figuras en el plano (rotación, simetría, traslación, homotecia).
- > **Gestión de datos e incertidumbre.** Implica la organización, el procesamiento y la representación de datos en tablas y gráficos estadísticos, así como la interpretación y el análisis de sus medidas de tendencia central y de dispersión. También, comprende lo referido a la incertidumbre, en su enfoque clásico y de frecuencias relativas.

Contextos

- > **Intramatemático.** Si las situaciones problemáticas se plantean en un escenario propiamente matemático, es decir, solo en el ámbito de la disciplina matemática.
- > **Extramatemático.** Si las situaciones problemáticas se plantean en un escenario que recrea o simula una situación de la vida real, ya sea personal, pública, científica, etc.

La prueba incluye preguntas de opción múltiple y de respuesta construida. Las de opción múltiple presentan un enunciado y alternativas, de entre las cuales una es la correcta. Las de respuesta construida requieren escribir la respuesta a la pregunta formulada. Considerar ambos tipos de preguntas permite que la prueba sea más sensible a las habilidades complejas del estudiante y a enriquecer la descripción de la competencia matemática desarrollada por el estudiante.

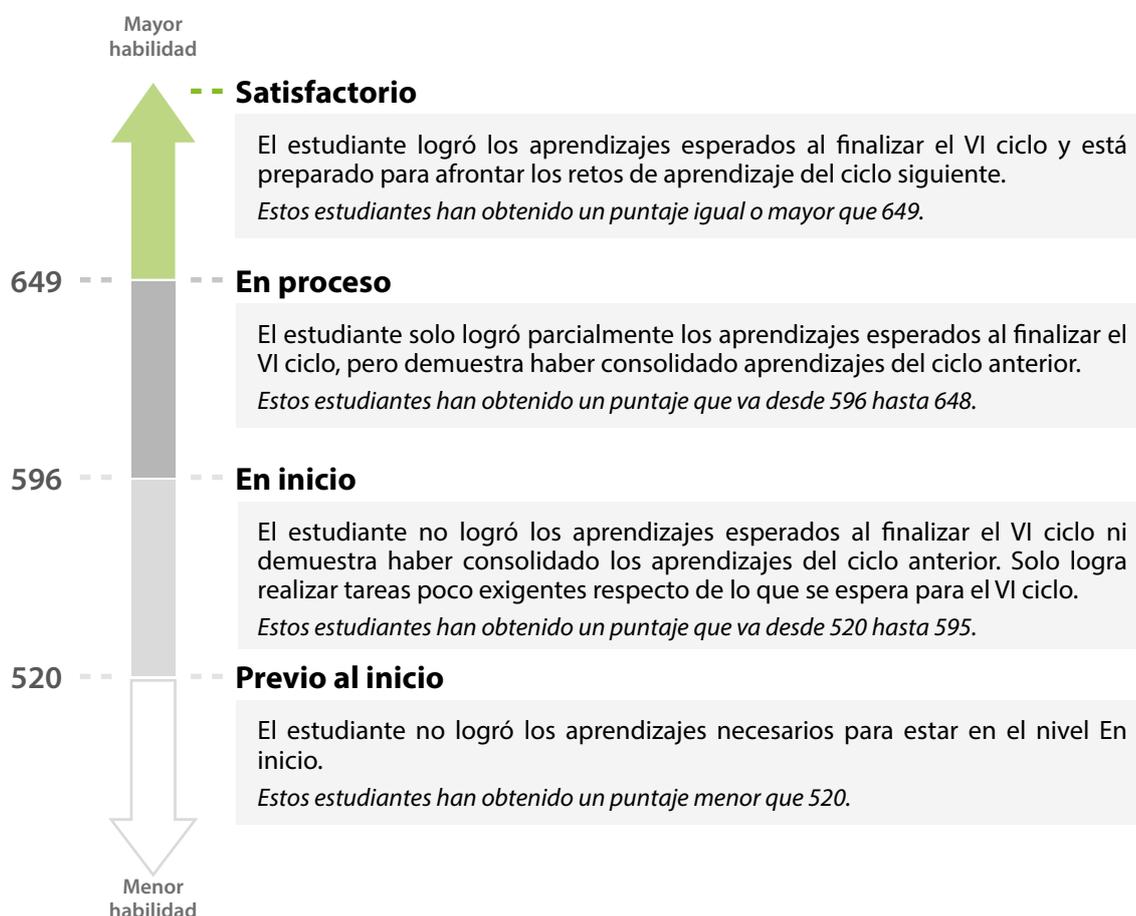
3. ¿Cómo se presentan los resultados de la ECE?

En la ECE, para procesar las respuestas de los estudiantes se utiliza el modelo de medición denominado "modelo de Rasch". Este asigna a cada estudiante una medida o puntaje³ que expresa su habilidad. Esta medida o puntaje depende de la cantidad de preguntas que responde acertadamente un estudiante. Así, mientras mayor es el puntaje obtenido por un estudiante, mayor es su habilidad.

En la ECE, de acuerdo con su puntaje individual, los estudiantes han sido ubicados en cuatro niveles de logro: Satisfactorio, En proceso, En inicio y Previo al inicio. Estos describen lo que sabe y puede hacer un estudiante cuyo puntaje está dentro de un determinado rango de habilidad. Asimismo, los resultados de la IE se expresan en términos de qué porcentaje o qué cantidad de estudiantes logran ubicarse en cada nivel.

Es importante resaltar que los niveles de logro son inclusivos. Esto significa que los estudiantes ubicados en el nivel Satisfactorio tienen alta probabilidad de responder adecuadamente las preguntas del nivel Satisfactorio y las preguntas de los niveles En proceso y En inicio. Asimismo, los estudiantes del nivel En proceso tienen alta probabilidad de responder adecuadamente las preguntas propias del nivel En proceso y las preguntas del nivel En inicio.

A continuación, se describe cada uno de los niveles de logro de forma general.



³ Estrictamente, el término es medida; sin embargo, para una mejor comprensión se utilizará la palabra puntaje.

¿Qué significa cada uno de los niveles de logro en Matemática?

Específicamente, los niveles de logro en Matemática se concretan de la siguiente manera:

Nivel Satisfactorio

Logró los aprendizajes esperados.

Los estudiantes de este nivel, además de lograr los aprendizajes de los niveles En proceso y En inicio, son capaces de formular y resolver problemas en los que interpretan, argumentan y establecen conexiones entre diferentes nociones matemáticas, cuando:

- > Utilizan equivalencias entre fracciones, decimales y porcentajes, así como desigualdades e inecuaciones.
- > Establecen relaciones entre dos variables, las evalúan y expresan el modelo matemático de dicha relación.
- > Usan un lenguaje coloquial, numérico, gráfico y, a veces, algebraico en situaciones de función lineal y relaciones proporcionales.
- > Producen información a partir de gráficos y tablas estadísticas.
- > Calculan la probabilidad de un evento.
- > Resuelven situaciones que involucran propiedades de formas geométricas compuestas.

Algunos ejemplos de los indicadores y de las preguntas de este nivel son:

- > Interpreta el uso de números racionales en sus diferentes significados y representaciones.

¿En cuál de los siguientes fruteros los $\frac{2}{3}$ de las frutas son manzanas?

a



b



c



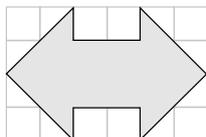
d



- > Resuelve situaciones problemáticas que involucran el cálculo del área de figuras compuestas.

En la siguiente cuadrícula cada \square tiene una unidad cuadrada de área ($1u^2$).

¿Cuál es el área que tiene la figura de color plomo?



a $24 u^2$

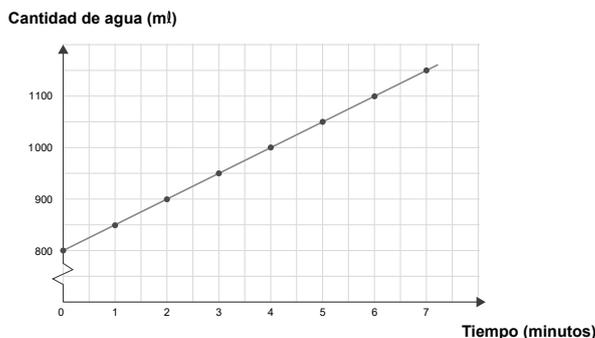
b $16 u^2$

c $12 u^2$

d $8 u^2$

- > Argumenta su decisión sobre supuestos a partir de una situación problemática que involucra funciones lineales.

La siguiente gráfica nos muestra la relación entre el tiempo que permanece abierto un caño y la cantidad de agua que se va almacenando en un depósito. Observa:



A partir de esta información, Santiago dice:

"Si a los 4 minutos el depósito ya contiene 1 000 ml de agua, entonces a los 8 minutos, el depósito tendrá 2 000 ml de agua"

¿Estás de acuerdo con Santiago? Sí No

Explica tu respuesta.



Al finalizar el año, todos los estudiantes deberían ubicarse en el nivel Satisfactorio.

Nivel En proceso

No logró los aprendizajes esperados.

Los estudiantes de este nivel, además de lograr los aprendizajes del nivel En Inicio, formulan problemas atendiendo a algunas de las condiciones solicitadas y pueden resolver problemas de hasta dos etapas en los que identifican, interpretan y aplican procedimientos de un mismo campo temático. Esto se evidencia cuando:

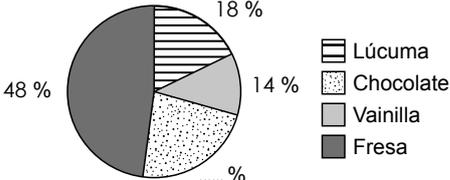
- > Utilizan números naturales y algunas equivalencias usuales entre decimales, fracciones y porcentajes, así como conocimientos elementales referidos a ecuaciones.
- > Emplean la relación entre dos variables para encontrar el valor de una de ellas, a partir de la extensión de los datos proporcionados.
- > Identifican y verifican la expresión algebraica que modela una relación dada.
- > Interpretan gráficos y tablas estadísticas y resuelven situaciones que involucran el promedio, la noción elemental de probabilidad y la noción de figuras geométricas simples.

Algunos ejemplos de los indicadores y de las preguntas de este nivel son:

- > Resuelve situaciones problemáticas que implica el uso de gráficos estadísticos.

El gráfico muestra los resultados de una encuesta que se le aplicó a un grupo de niños acerca del sabor de su helado favorito.

Sabor favorito de helado



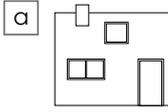
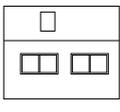
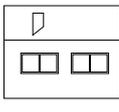
Si la encuesta se aplicó a 50 niños, ¿cuántos niños, de los encuestados, prefieren helado con sabor a chocolate?

a) 30 niños. b) 20 niños. c) 10 niños. d) 80 niños.

- > Identifica las diferentes vistas de un sólido.

Desde la posición en la que se encuentra la niña, ¿qué vista se tendrá de la casa de juguete?



a)  b)  c)  d) 



Los estudiantes del nivel En proceso presentan dificultades para lograr los aprendizajes descritos en el nivel Satisfactorio.

Nivel En inicio

No logró los aprendizajes esperados.

Los estudiantes de este nivel resuelven problemas en contextos cercanos con algunos procedimientos y nociones elementales del grado. Esto se evidencia cuando:

- > Emplean de forma directa modelos aditivos y multiplicativos con números naturales, expresiones decimales y alguna expresión cotidiana referida a fracción.
- > Utilizan la relación entre dos variables para encontrar el valor que corresponde a un dato explícito, así como para deducir equivalencias a través de una igualdad.
- > Extraen datos a partir de gráficos y tablas estadísticas e identifican la ocurrencia de eventos.
- > Reconocen desarrollos planos de cuerpos geométricos usuales.

Algunos ejemplos de los indicadores y de las preguntas de este nivel son:

- > Resuelve situaciones problemáticas que involucran equivalencias.

Estas balanzas están en equilibrio. Observa:

Según esta información, ¿cuántos carritos se deben usar para equilibrar la siguiente balanza?

a b

c d

- > Identifica el desarrollo plano de un sólido geométrico.

¿Con cuál de las siguientes plantillas se puede armar una caja de seis caras como esta?

a

b

c

d



Los estudiantes ubicados en el nivel En inicio presentan dificultades para lograr los aprendizajes descritos en los niveles En proceso y Satisfactorio.

Nivel Previo al inicio

No logró los aprendizajes esperados.

Los estudiantes ubicados en este nivel presentan dificultades para resolver, incluso, las preguntas más sencillas de la prueba. Estos estudiantes no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En Inicio. Por tanto, no se tiene evidencia suficiente para describir sus aprendizajes.

4. Resultados nacionales y de su IE en la ECE 2015

En esta sección, se presenta los resultados de su IE. Estos resultados expresan en porcentajes la distribución de sus estudiantes en los cuatro niveles de logro de esta evaluación⁴. Para que tenga una perspectiva más amplia, la siguiente tabla también proporciona los resultados de los estudiantes a nivel nacional. Además, se muestra los resultados de los estudiantes según su sexo, a fin de reflexionar sobre las diferencias en el rendimiento entre hombres y mujeres en matemática.

Resultados de su IE, del país y según género por cada nivel de logro

Niveles de logro	Su IE	Todo el país		
		Nacional	Hombre	Mujer
Satisfactorio		9,5 %	10,9 %	8,0 %
En proceso		12,7 %	13,4 %	11,9 %
En inicio		40,2 %	40,3 %	40,1 %
Previo al inicio		37,6 %	35,3 %	40,1 %
Total		100,0 %	100,0 %*	100,0 %*

* Todos los resultados porcentuales han sido redondeados a un decimal. Por ello, en algunos casos, la suma total no es exactamente 100,0 %.

Los resultados nacionales muestran que existe un gran desafío respecto del aprendizaje de Matemática en secundaria: solo el 9,5 % logra los aprendizajes esperados para el grado, mientras que el 90,5 % no los logra. Paulatinamente, se debería incrementar el porcentaje de estudiantes en el nivel Satisfactorio y disminuir los porcentajes de estudiantes en los niveles En inicio y Previo al inicio. Los análisis, reflexiones y sugerencias que se proponen en este informe deberían contribuir con este propósito.

Además, en la tabla anterior, se puede apreciar que existen diferencias en el rendimiento de los estudiantes según su sexo. Dichas diferencias muestran una ventaja de 2,9 puntos porcentuales a favor de los hombres, respecto de sus pares mujeres, en el nivel Satisfactorio. El análisis de estos resultados debería propiciar la reflexión en relación con la equidad de género en las clases de Matemática:

- > ¿La diferencia encontrada en el rendimiento entre mujeres y hombres a nivel nacional también se aprecia en su IE?
- > ¿Qué creencias y prácticas sociales podrían ocasionar que los hombres obtengan mejores resultados en Matemática en comparación con las mujeres?
- > ¿Es posible que existan prácticas pedagógicas en su IE que reproduzcan prejuicios sociales respecto de lo que debe aprender una mujer y de lo que debe aprender un hombre?
- > ¿Qué acciones podría incorporar en su práctica docente para que tanto las mujeres como los hombres tengan las oportunidades de aprendizaje necesarias para desarrollar las diferentes competencias del área de Matemática?

⁴ Otra forma de presentar los resultados de su IE es por puntaje promedio.

4.1 Resultados por sección

La siguiente tabla contiene los resultados en Matemática de las secciones evaluadas. Para cada sección, encontrará la cantidad de estudiantes en cada uno de los niveles (Satisfactorio, En proceso, En inicio y Previo al inicio), según sus resultados en la prueba.

Distribución de estudiantes por sección

Sección	Nivel			
	Satisfactorio	En proceso	En inicio	Previo al inicio
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				
I				
J				
K				
L				
M				
N				
O				
P				
Q				
R				
S				
Total				

Ubique la fila de la sección cuyos resultados quiere analizar.

- ¿Cuántos estudiantes se ubican en los niveles Satisfactorio, En proceso, En inicio y Previo al inicio?
- ¿Qué semejanzas o qué diferencias encuentra entre los resultados de las secciones?
- ¿A qué cree usted que se debe estos resultados?

Para ayudar a los estudiantes a mejorar en Matemática, es muy importante comprender apropiadamente los resultados y reflexionar sobre ellos. Las siguientes preguntas le podrían servir para este propósito.

Si usted enseña Matemática en tercer grado:

- Si este año tiene a los estudiantes de una de las secciones evaluadas⁵; ¿de qué manera describiría el proceso de aprendizajes en Matemática de los estudiantes a su cargo?
- ¿Qué estrategias de trabajo adoptará este año para trabajar con los estudiantes que se ubicaron en los niveles Previo al inicio, En inicio y En proceso?

Si usted enseña Matemática en otros grados de secundaria:

En conjunto con los docentes de matemática de su grado o ciclo,

- ¿qué logros y dificultades evidenciados en la ECE deben ser atendidos en su grado para lograr mejores aprendizajes este año?, ¿en qué unidades o sesiones de clase?
- ¿qué estrategias diferenciadas se pueden diseñar para que la mayor parte de los estudiantes de cada grado logren los aprendizajes esperados?

⁵ Si sus estudiantes provienen de diversas secciones y quiere conocer con mayor precisión los aprendizajes logrados por ellos, puede tomar como prueba diagnóstico el Kit de evaluación de segundo grado de secundaria. Salida 1 y Salida 2. Reviselo en <http://recursos.perueduca.pe/kit/secundaria.php>

5. Comparación de su IE con otras similares

Los resultados de rendimiento de las IE se deben, en parte, a las diferentes circunstancias en las que estas operan y a las características de la población a la que atienden. Estos aspectos deberían ser considerados cuando se analiza la capacidad de una IE para desarrollar los aprendizajes esperados en sus estudiantes.

Conocer los resultados de rendimiento de una IE y los obtenidos por otras que poseen características sociales y educativas similares, resulta útil para el proceso de autoevaluación y el establecimiento de metas de las IE con la finalidad de impulsar el desarrollo de aprendizajes de sus estudiantes.

En ese sentido, para analizar de manera más contextualizada los resultados de la ECE 2015 y realizar comparaciones más justas, se formaron grupos de IE que poseen características sociales y educativas semejantes, las cuales potencialmente podrían llevarlas a tener resultados de rendimiento similares. Las características consideradas para este agrupamiento fueron⁶:

- > Características socioeconómicas del estudiante
- > Características del centro poblado donde se ubica la IE:
 - Acceso a servicios básicos: agua, luz, desagüe.
 - Acceso a servicios no básicos: centro de salud, biblioteca municipal o comunal, etc.
 - Oferta educativa: educación inicial, primaria, secundaria y superior técnica.
- > Característica de la IE:
 - Cantidad de estudiantes con una lengua materna originaria.
 - Cantidad de estudiantes en el nivel educativo evaluado.
 - Estado de conservación de las aulas.
 - Tenencia de ambientes administrativas y de uso pedagógico: biblioteca, sala de cómputo, etc.
 - Acceso a servicios básicos: agua, luz, desagüe.

Para asegurar la comparabilidad entre las IE, se estableció que cada grupo esté formado por escuelas de la misma región⁷, con el mismo tipo de gestión (público o privado) y que estén ubicadas en la misma área geográfica (urbano o rural). Los grupos de comparación estuvieron formados por un máximo de 20 IE.

En la siguiente tabla usted podrá ver los puntajes promedio en Matemática obtenidos por las IE que pertenecen a su grupo de comparación. Asimismo, podrá observar que las IE se clasifican de acuerdo a su resultado en referencia al promedio del grupo: por encima, por debajo o igual al promedio de su grupo de comparación.

⁶ Los aspectos incluidos dentro de esta comparación forman parte de un esfuerzo inicial por presentar resultados de escuelas similares; por ello, la metodología y el tipo de análisis estará en continua revisión y mejora. Los datos para la conformación de grupos provinieron del Censo Escolar, del SIAGIE y de cuestionarios aplicados a padres de familia y estudiantes en la ECE.

⁷ Para el caso de Lima Metropolitana, también se consideró como criterio de agrupamiento que las IE pertenezcan a la misma UGEL.

6. Logros y dificultades de los estudiantes en la prueba de Matemática

En esta sección, se analiza los principales logros y las dificultades de los estudiantes de segundo grado de secundaria en la prueba de Matemática de la ECE 2015. A la luz de los resultados a nivel nacional, es indispensable reflexionar al respecto. ¿Por qué un porcentaje significativo de los estudiantes peruanos no alcanzan el nivel Satisfactorio? ¿Son las dificultades de mis estudiantes evidencias del desconocimiento de nociones o de la comprensión inadecuada? Es necesario que la comunidad educativa reoriente sus prácticas a partir de esta reflexión y diseñe actividades para la mejora de todos los estudiantes. En efecto, si bien la evaluación se aplicó solo a estudiantes de segundo grado, brinda insumos para orientar la toma de decisiones en todos los grados de la secundaria. Es crucial plantear acciones que involucren al director y a todos los docentes de la IE para que todos los estudiantes de secundaria (y no solo los del grado evaluado) logren los aprendizajes esperados.

A continuación se presenta el análisis a partir de algunas preguntas de la prueba.

Cantidad: Uso de la noción del número racional

Diariamente se usan cantidades. Para ello, los estudiantes de segundo grado de secundaria deberían estar en la capacidad de usar los números racionales. El siguiente diagrama muestra algunos aspectos involucrados en la construcción de la noción de número racional.



⁹ Los significados se asocian mayoritariamente a fracción y estos pueden ser revisados en MINEDU, 2016. *Informe de evaluación de Matemática en sexto grado - 2013. Anexo D*. Lima: MINEDU.

¹⁰ Según Callejo y Vila, las creencias son un conocimiento subjetivo construido por la experiencia, observación directa o información. Están relacionadas con las actividades matemáticas, la forma de concebirlas, los sujetos que la hacen y la enseñanza-aprendizaje de esta.



Reflexione: ¿Qué aspectos enfatizo en mi práctica pedagógica?

- ¿El aprendizaje de la noción de número racional fue significativo? ¿Qué creencias cambiaron?
- ¿Qué significados son más sencillos o complejos para mis estudiantes?
- Ellos, ¿pueden interpretar una representación y pasar de allí a otra representación?
- ¿Pueden representar con material concreto o gráfico cómo se compara o calcula?

► **Ejemplo 1.**

Observa los envases en los que una fábrica comercializa la leche.



Se requiere envasar la leche en una nueva caja cuya capacidad sea mayor que la de la caja pequeña, pero menor que la de la caja grande. ¿Cuál de las siguientes medidas podría ser la capacidad de la nueva caja?

- a $\frac{1}{8}$ l
 b $\frac{2}{3}$ l
 c $\frac{3}{8}$ l
 d $\frac{3}{2}$ l

Características de la pregunta

Nivel de logro: Satisfactorio

Capacidad: Elabora y usa estrategias

Contenido: Número racional

Contexto: Extramatemático

Respuesta: c

En esta pregunta es esencial identificar un número racional (fracción) entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$, reconociendo que entre dos números racionales (fracciones) diferentes siempre hay otro. Se usa la fracción en cantidades continuas.



Anticipe y verifique: ¿Cómo enfrentarían mis estudiantes esta pregunta?

- ¿Qué procesos emplearían mis estudiantes? ¿Por qué estoy seguro de ello?
- ¿Todos lo resolverían del mismo modo? ¿Qué ventajas y desventajas tiene esto?
- Esta pregunta al ser del nivel Satisfactorio debería ser resuelta por todos los estudiantes; ¿qué dificultades tendrían mis estudiantes y cómo las superarían?

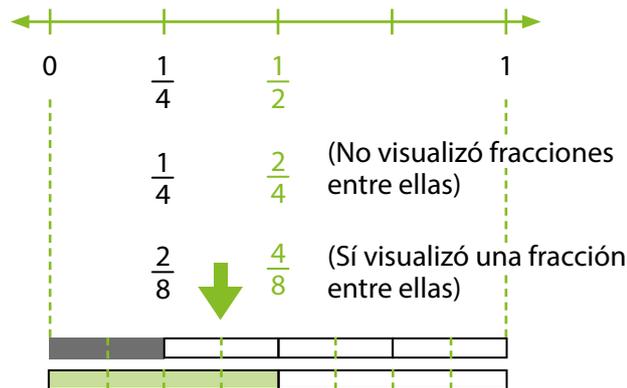
Logro: Comparan u operan con números racionales

Solo el **24,3 %** de los estudiantes en el país seleccionó la alternativa "c) $\frac{3}{8}$ ", identificando $\frac{3}{8}$ como la fracción entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$. Esto pudo obtenerse de varias formas.

> Empleando fracciones equivalentes para homogeneizar las fracciones dadas

El estudiante reconoce que la fracción $\frac{1}{4}$ es menor $\frac{1}{2}$ por ser estas fracciones de uso frecuente o por recordar mentalmente su representación gráfica o simbólica que le facilita esta comparación. A partir de ello, el estudiante busca homogeneizar lo necesario y, de esta forma, visualizar la fracción comprendida entre las fracciones dadas.

Para ello, podría usar representaciones gráficas y el significado de parte-todo.



Así observa que entre ambas fracciones está $\frac{3}{8}$.

Este estudiante...

- Ordena fracciones usuales.
- Recuerda y representa un algoritmo.
- Relaciona dos representaciones o más.

> Comparando fracciones con diversos criterios

El estudiante comprende que busca una fracción entre las dadas, es decir $\frac{1}{4} < \frac{?}{?} < \frac{1}{2}$, lo que es lo mismo que encontrar una fracción mayor que $\frac{1}{4}$ pero menor que $\frac{1}{2}$.

Para ello analiza las alternativas:

- $\frac{1}{8}$. No es la respuesta, porque $\frac{1}{8} < \frac{1}{4}$. Una parte es menor al dividirse el todo en 8 partes iguales que al dividirse en 4 partes iguales.
- $\frac{2}{3}$. No es la respuesta, porque $\frac{2}{3}$ es más que la mitad de la unidad $\frac{1}{2}$, pues el numerador 2 es mayor que la mitad del denominador 3.
- $\frac{3}{8}$. Es la respuesta, porque $\frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2}$.
- $\frac{3}{2}$. No es la respuesta, porque $\frac{3}{2} > 1$, pues el numerador 3 es mayor que el denominador 2, y eso significa que es mayor que 1, porque $\frac{3}{2}$ es $1\frac{1}{2}$.

Este estudiante...

- Usa las partes de la fracción, dándoles sentido.
- Usa referentes propios para comparar.

> Empleando expresiones decimales equivalentes

El estudiante se siente familiarizado con los decimales y los usa. Según ello, transforma las fracciones en expresiones decimales e identifica que la expresión que busca debe cumplir $0,25 < ? < 0,5$, es decir, un número que sea mayor que 0,25 pero menor que 0,5.

- a) $\frac{1}{8} = 0,125$. No es la respuesta, porque $0,125 < 0,25$.
- b) $\frac{2}{3} = 0,66 \dots$. No es la respuesta, porque $0,6 > 0,5$.
- c) $\frac{3}{8} = 0,375$. Es la respuesta porque $0,25 < 0,375 < 0,5$.
- d) $\frac{3}{2} = 1,5$. No es la respuesta, porque $1,5 > 0,5$.

Este estudiante...

- Relaciona fracciones y decimales.
- Compara decimales.

En este caso, es importante destacar que si bien se obtiene la respuesta adecuada, el procedimiento solo muestra un buen manejo algorítmico. Y esto no necesariamente está acompañado de un razonamiento flexible relacionado con la comprensión de la fracción como número racional.

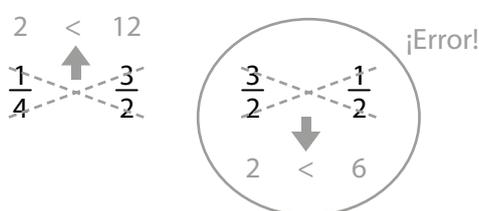
Dificultad: Inadecuada interpretación de la comparación o del uso de las fracciones

El **75,1 %** de los estudiantes peruanos respondió de manera incorrecta esta pregunta.

- > El **39,8 %** de los estudiantes marcó "a) $\frac{1}{8}$ "; posiblemente, interpretó que se pedía una fracción menor a las dadas, o porque, sin comprender la situación, se buscó una operación que diera una de las respuestas. Por ello se multiplicaron las dos fracciones dadas.
- > El **27,3 %** marcó "b) $\frac{2}{3}$ ". Este grupo, posiblemente, interpretó equivocadamente que se pedía una fracción mayor a las dadas, considerando que las impropias no existen o que es una notación equivocada porque no puede haber más partes tomadas que aquellas en que se ha dividido en unidad. También pudo haber un error en la comparación de fracciones usando el "producto cruzado" en el que no se sabe si colocar los productos obtenidos arriba o abajo de las fracciones, por no saber que este procedimiento homogeneiza fracciones, visualizándose únicamente los numeradores.

Este estudiante...

- Interpreta parcialmente una comparación simultánea.
- Cree que siempre debe calcular.
- Aplica una técnica sin argumentos y se confunde.
- Cree que las fracciones son menores que 1 (idea parte-todo generalizada)



- > El **8,0 %** de los estudiantes señaló "d) $\frac{3}{2}$ ", lo que se debería a que el estudiante asume que en un problema se debe operar con los datos, calculando con error la suma.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2+1}{2} + \frac{3}{2} \text{ ¡Error!}$$



Mejore: ¿Cómo ayudar a que mis estudiantes superen sus dificultades?

- ¿Reconozco cómo generar la comprensión de la comparación de una cantidad respecto de dos referentes o cantidades? ¿Qué tipo de experiencias podría planificar?
- ¿Qué experiencias podría planificar para que mis estudiantes puedan aplicar las nociones antes que los procedimientos?

► **Ejemplo 2.**

¿En cuál de los siguientes fruteros los $\frac{2}{3}$ de las frutas son manzanas?

a



b



c



Características de la pregunta

Nivel de logro: Satisfactorio

Capacidad: Comunica y representa

Contenido: Número racional

Contexto: Extramatemático

Respuesta: d

Lo esencial de esta pregunta es identificar la situación -en cantidades discretas- que representa una fracción.



Anticipe y verifique: ¿Cómo enfrentarían mis estudiantes esta pregunta?

- ¿Qué significado de fracción usarían mis estudiantes?
- Mis estudiantes, ¿reconocen fracciones en una cantidad discreta? ¿Cuáles?
- En Perú, más de la mitad de los estudiantes de segundo grado de secundaria no resuelven correctamente esta pregunta; ¿cuál es la principal dificultad?

Logro: Usan los números racionales en sus diferentes significados y representaciones

El **43,1 %** de los estudiantes marcó "d)", reconociendo que $\frac{2}{3}$ describe el frutero de 3 frutas, donde 2 son manzanas.

Lo esencial de esta pregunta radica en interpretar la fracción a partir de sus significados, y esta **es una actividad que se desarrolla desde la primaria**; sin embargo menos de la mitad de los estudiantes peruanos logra resolverla adecuadamente. Por ello la reflexión sobre esta noción debe darse de manera profunda.

Esta pregunta pudo resolverse de variadas formas:

> Interpretando con el significado parte-todo

Se reconoce la clase fruta como "todo" o "unidad" de la fracción. Luego se identifica la parte correspondiente a manzanas de manera directa o generalizada como se muestra a continuación.

Forma directa

2 son manzanas de las 3 frutas que hay.

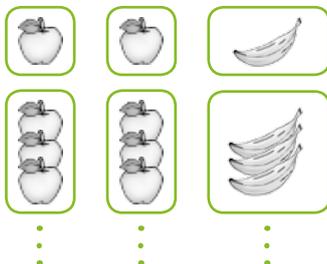
$$\frac{2 \text{ manzanas}}{3 \text{ frutas}}$$



Forma generalizada

2 de los grupos son manzanas, y hay 3 grupos iguales en cantidad de frutas.

$$\frac{2 \text{ de los grupos son manzanas}}{3 \text{ grupos iguales en cantidad de fruta}}$$



Este estudiante...

- Identifica una inclusión de clases.
- Reconoce la relación "igual" de forma abstracta.

Se debe considerar que, en el caso directo, no es seguro identificar el frutero correspondiente si el total de frutas fuese otra cantidad.

> Interpretando con el significado razón¹¹

En la fracción se reconoce una comparación de cantidades, referidas a manzanas y a frutas. Además, se identifica la inclusión de la clase manzanas en la clase frutas. Así se indica esto en diversos lenguajes, como se muestra a continuación.

"Hay dos manzanas por cada tres frutas".

Esto se expresa de la siguiente manera $\frac{2 \text{ manzanas}}{3 \text{ frutas}}$

Y si hubiera más frutas.



$$\frac{2n}{3n} \text{ con } n \text{ entero positivo}$$

¹¹ El término razón se refiere a la comparación de dos cantidades como cociente indicado. Este significado se emplea en múltiples ocasiones a lo largo de la educación secundaria.

Se descarta la alternativa "a)" porque no cumple con la relación.

También se descartan las alternativas "b)" y "c)", por no tener un múltiplo de 3 en la cantidad referida a frutas (se observa en el dibujo). Luego, se responde d, por cumplir la comparación.

Este estudiante...

- Usa nociones de múltiplo.
- Interpreta la unidad en una fracción como razón.

> Interpretando con el significado operador

Identificada la "unidad" frutas y $\frac{2}{3}$ reconocido como un operador, este es aplicado a dicha unidad. Esto se podría

producir por la poca familiaridad de fracciones con cantidades discretas. Se podría realizar mentalmente evaluando con 3 frutas y con 5 frutas.

$\frac{2}{3}$ de 3 frutas son manzanas

$$\frac{2}{3} \times 3 = \frac{6}{3} = 2 \text{ manzanas}$$



Este estudiante...

- Usa el significado de operador multiplicativo para cantidades discretas.

Dificultad: Interpretan los "números" de la fracción como cantidades independientes

El **56,4 %** de los estudiantes respondió incorrectamente, pues no decodificó la expresión $\frac{2}{3}$ como un solo número, sino como cantidades por separado lo que significa 2 y lo que significa 3. Este porcentaje se desagrega de la siguiente manera:

> El **31,9 %** marcó "c)  "; posiblemente porque usa la noción de razón sin identificar la inclusión de manzanas en frutas. Debido a ello piensa 2 manzanas y 3 "no manzanas". No se evidencia la comprensión del referente "frutas" como la unidad ni como clase que incluye a "manzanas".

> El **22,9 %** marcó "b)  "; posiblemente porque usa el significado de razón asumiendo la clase "manzanas" disjunta a "frutas". Luego asocia en el orden presentado 2 "no manzanas" y 3 manzanas. En este caso no se evidencia la comprensión del referente "frutas" como la unidad.

> El **1,6 %** de los estudiantes marcó "a)  "; posiblemente porque, al usar el significado de fracción parte todo, interpretó inadecuadamente lo que representaba el numerador 2.

Este estudiante...

- Confunde la "unidad" en cantidades discretas.
- No distingue la inclusión de clase.
- Confunde los roles del numerador y del denominador. o cree que se visualizan directamente en las representaciones.

La comprensión inadecuada de la fracción como una de las expresiones de los números racionales genera dificultades en el uso de las otras representaciones simbólicas (decimales, porcentaje) y en el de las fracciones para temas abordados en otros grados de la secundaria. Si bien cada nuevo tema es una oportunidad para profundizar en nociones previas, se requiere del trabajo coordinado de los docentes para abordar paulatinamente los significados de la fracción que permitan una comprensión adecuada del número racional y de sus múltiples usos en la educación secundaria.



Mejore: ¿Cómo ayudar a que mis estudiantes superen sus dificultades?

- ¿Identifico los significados de la fracción que emplean mis estudiantes con facilidad? ¿Cuáles priorizaría como nuevos? ¿En qué temas?
- ¿Qué actividades permitirían aplicar esos significados en cantidades discretas?
- ¿Qué actividades podría desarrollar para que empleen los distintos significados?

Regularidad, equivalencia y cambio: Analizan el cambio de cantidades

En diversas situaciones de la vida cotidiana se analizan cómo las cantidades aumentan, disminuyen o se mantienen constantes ante un fenómeno físico, social, económico, etc. El siguiente esquema nos muestra cómo este análisis moviliza importantes procesos en el pensamiento del estudiante.

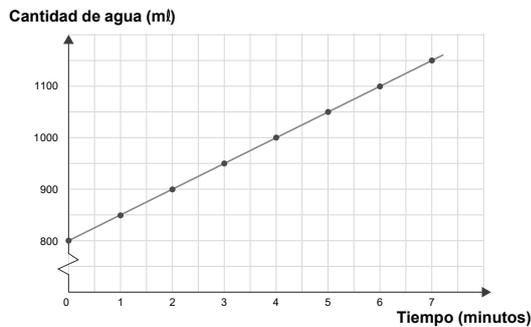


Reflexione: ¿Qué aspectos enfatizo en mi práctica pedagógica?

- ¿Propongo analizar el cambio o la variación de cantidades en diferentes representaciones?
- ¿Promuevo identificar un patrón de cambio?, ¿su generalización? ¿Cómo?
- ¿Mis estudiantes identifican los significados de las "letras" y las igualdades en una situación de cambio, regularidad o equivalencia?

► Ejemplo 3.

La siguiente gráfica nos muestra la relación entre el tiempo que permanece abierto un caño y la cantidad de agua que se va almacenando en un depósito. Observa:



A partir de esta información, Santiago dice:
"Si a los 4 minutos el depósito ya contiene 1 000 ml de agua, entonces a los 8 minutos, el depósito tendrá 2 000 ml de agua"

¿Estás de acuerdo con Santiago? Sí No
Explica tu respuesta.

Características de la pregunta

Nivel de logro: Satisfactorio

Capacidad: Razona y argumenta

Contenido: Función lineal afín

Contexto: Extramatemático

Respuesta: construida

En esta pregunta se busca explorar la capacidad que tiene el estudiante para tomar una postura y luego argumentarla, usando un razonamiento a partir de la información presentada en una gráfica cartesiana.



Anticipo y verifique: ¿Cómo enfrentarían mis estudiantes esta pregunta?

- ¿Analizan los elementos y las variables involucradas en la gráfica?
- ¿Identifican alguna regularidad entre las dos variables?
- ¿Cuál sería el argumento más usado ante el razonamiento de Santiago? ¿Por qué?

Logro: Establecen y argumentan relaciones entre dos variables

El **24,0 %** de los estudiantes resolvió adecuadamente esta pregunta, ya que explicitó su desacuerdo con Santiago y lo argumentó de manera adecuada, mediante un argumento coherente que adoptó variadas formas.

Esta resolución pudo obtenerse de varias formas:

> Argumentan el cambio a partir de la interpretación de una regularidad numérica

Se identifica que la cantidad de agua almacenada aumenta a 50 ml por minuto, o a 100 ml cada 2 minutos, o también a 200 ml cada 4 minutos, por ello, a los 8 minutos la cantidad de agua almacenada es de 1 200 ml y no de 2 000 ml.

No, porque va aumentando de 50ml en 50ml. y en 8l sería 1200l.
Cada minuto aumenta 50ml.

No estoy de acuerdo porque a los 8min.
Tendría 1200 ml.

Resolución

0min = 800 => Después de 2 minutos va aumentando 100 ml.
2min = 900
4min = 1000
6min = 1100 } +100
8min = 1200 } So A los 8min. tendría 1200 ml.

Este estudiante...

- Decide y explicita su postura.
- Interpreta la gráfica de una función lineal afín.
- Establece relaciones entre las variables.
- Interpreta una regularidad numérica.

> Argumentan el cambio a partir de una generalización algebraica

Estos estudiantes expresan algebraicamente la relación que existe entre las variables: cantidad de agua (y) y el tiempo transcurrido (x). Establecen la relación con la expresión $y = 800 + 50x$ o una equivalente. Algunos estudiantes hacen referencia a esta relación a través de la pendiente de la recta, ya que ella define la razón de cambio de la cantidad de agua al transcurrir el tiempo.

No estoy de acuerdo ya que la regla de correspondencia es,

$$50x + 800$$

Por reemplazar la x con 8 minutos:
 $50(8) + 800 = 1200$

Nos resulta 1200ml, no 2000 y
ya que 2000 sería el resultado de una mayor cantidad de minutos

Nota = No estoy de acuerdo y en 8 minutos se llenarán 1200ml de agua

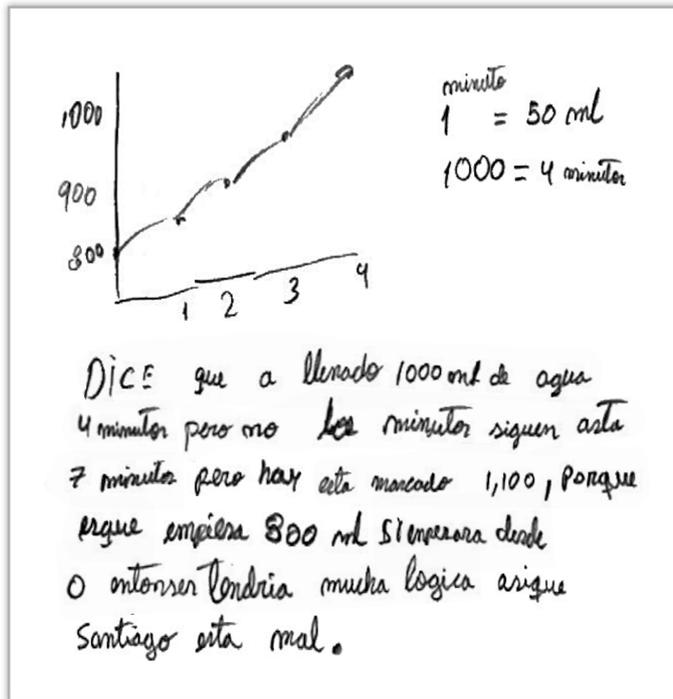
No, porque cada min. que pasa el agua q' llena el depósito crece 50 ml

Este estudiante...

- Interpreta la gráfica de una función lineal afín que representa una situación real.
- Establece relaciones entre las variables.
- Generaliza algebraicamente
- Interpreta y decodifica una gráfica algebraicamente.

> Argumentan el cambio a partir de sus nociones de proporcionalidad

Estos estudiantes usan la proporcionalidad para probar que no necesariamente al duplicarse el tiempo se duplica la cantidad de agua del depósito. Es decir, cuestionan el razonamiento de Santiago ya que lo propuesto no cumple con las características de una función lineal o proporcional. Por ejemplo: Indican que no se cumple porque, si fuera así, la gráfica debería pasar por el origen.

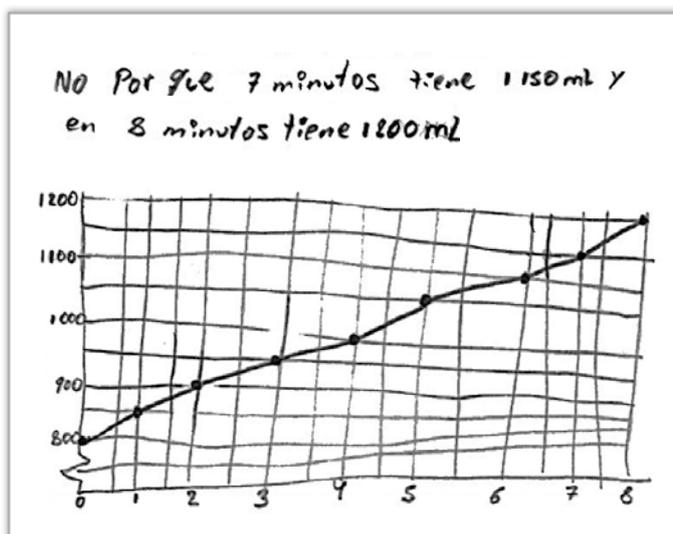


Este estudiante...

- Usa la noción de proporcionalidad.
- Analiza e interpreta una gráfica.
- Compara el comportamiento de las variables.

> Argumentan el cambio a partir de una extrapolación

Estos estudiantes posiblemente se centran en la interpretación de la gráfica, analizando la correspondencia entre las dos variables (minutos y cantidad de agua), identifican la regularidad de cambio entre estas dos variables, y ubican, predicen o estiman la cantidad de agua que podría haber al cabo de 8 minutos.



Este estudiante...

- Analiza la correspondencia de valores.
- Predice el comportamiento entre las variables.
- Interpreta una regularidad implícita.

Dificultad: Argumentan inadecuadamente el cambio

Un **66,0 %** de los estudiantes se equivocó al resolver esta pregunta, presentando las siguientes dificultades:

- > El **28,0%** de los estudiantes manifestó su acuerdo con el razonamiento de Santiago y argumentaron con las ideas de proporcionalidad mencionadas en el problema. Utilizaron estrategias como la duplicación de cantidades, la aplicación de una regla de tres simple, etc., para probar que Santiago tenía razón.

yo si estoy de acuerdo por
q̄ en 4 minutos ya hay
400 ml entonces al llegar
8 minutos el deposito tendra
2000 ml de agua.

- > El **16,0%** de los estudiantes expresó su desacuerdo con Santiago, empleando argumentos imprecisos o errados.

No estoy de acuerdo porque la cantidad
de agua vendria ser 1200 (ml) ya que
sube 2 cantidades x tiempo o minuto.

no por que el monto aumenta de 100 en
100 si llegaria al 8 seria 1200 ml de
agua no 2000 ml en 8 minutos.

No porque el grafico nos muestra que
cada minuto se llena 100 ml entonces
si a los 6 minutos tiene 1100 entonces a los
7 tendra 1200 ya los 8 tendra 1300 ml

Este estudiante...

- Cree, posiblemente, que toda situación de cambio involucra proporcionalidad.
- Se confunde al interpretar la gráfica de una función lineal.
- No establece una relación entre las variables.

- > El **22,0%** de los estudiantes manifestó su desacuerdo con el razonamiento de Santiago, pero no argumenta, tal vez porque carece de herramientas para ello (dificultades en la comprensión de la situación, en interpretar la gráfica o sus elementos, en identificar la regularidad, en establecer la relación entre las variables, etc.)



Mejore: ¿Cómo ayudar a que mis estudiantes superen sus dificultades?

- Casi el 80 % de la población evaluada respondió inadecuadamente esta pregunta, debido, tal vez, a que los estudiantes tienen pocas oportunidades para argumentar o justificar sus razonamientos en matemática. ¿Qué experiencias podría planificar, este año, para ejercitarla en distintos campos temáticos?
- ¿Qué tipo de representaciones podría privilegiar para fortalecer las habilidades de interpretación de mis estudiantes?

► Ejemplo 4.

Enrique compró un televisor con facilidades de pago. Él dio una cuota inicial de S/ 200* y pagará cada mes un monto fijo de S/ 50 durante varios meses.

¿Cuál de las siguientes expresiones permite calcular la cantidad total de dinero "d" que habrá pagado por el televisor al transcurrir "m" meses?

- a $d = 50 + 200m$
- b $d = 200 \times 50m$
- c $d = 200 + 50m$
- d $d = 200 - 50m$

Características de la pregunta

Nivel de logro: En proceso

Capacidad: Matematiza

Contenido: Funciones

Contexto: Extramatemático

Respuesta: c

En esta pregunta el estudiante evaluará modelos algebraicos que representan situaciones problemáticas de la vida cotidiana



Anticipo y verifique: ¿Cómo enfrentarían mis estudiantes esta pregunta?

- En el modelo algebraico, ¿interpretan las letras como variables o incógnitas?
- ¿Comprenden que la igualdad sirve para relacionar a dos variables y expresar su dependencia?
- ¿Cómo comprobarían si el modelo elegido representa la situación propuesta?
- ¿Podrían modelar situaciones problemáticas con una función lineal?

Logro: Representan y evalúan modelos matemáticos

El **47,5 %** de los estudiantes evaluados marcó la alternativa correcta "c) $d = 200 + 50m$ ". Esto pudo obtenerse de varias formas:

> Representan algebraicamente la situación problemática

Estos estudiantes interpretan la dependencia entre la cantidad de dinero pagado "d" y los "m" meses transcurridos desde la compra, identificando que "m" es un valor cambiante, por ejemplo: 1, 2, 3, 4... meses; mientras que S/ 200 es un valor fijo, ya que representa la cuota inicial de la compra.

Cuota inicial : S/ 200

- Al mes : $200 + 50 = 250$
- A los 2 meses: $200 + 50 \times 2 = 300$

* En esta pregunta, y de aquí en adelante, se actualizó el símbolo monetario del sol (S/). Este símbolo no lleva punto.

• A los 3 meses: $200 + 50 \times 3 = 350$

• A los 4 meses: $200 + 50 \times 4 = 400$

Así sucesivamente...

• En "m" meses, $200 + 50m$

Entonces, la cantidad total a pagar es: $d = 200 + 50m$

Este estudiante...

- Interpreta la relación entre variables y la expresa algebraicamente como una generalización.

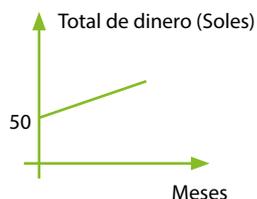
> Evalúan modelos algebraicos

Estos estudiantes posiblemente evalúan cada una de las alternativas, comparando, a manera de comprobación, la expresión dada en la alternativa con los datos presentados en la situación. Veamos:

Analizando la alternativa "a)"

Si la expresión fuese $d = 50 + 200m...$

Comprobamos que:



¿Es cierto que a los 0 meses solo se había pagado S/50?

NO

Analizando la alternativa "b)"

Si la expresión fuese $d = 200 + 50m...$

Comprobamos que:

$$m = 1 \rightarrow d = 200 \times 50 = 10\,000 \text{ soles}$$

¿Tendría sentido que al pagar solo S/50 en 1 mes ya haya pagado un total de 10 000 soles por el televisor?

NO

Analizando la alternativa "c)"

Si la expresión fuese $d = 200 + 50m...$

Comprobamos que:

- Al mes: $200 + 50 = 250$
 - A los 2 meses: $200 + 50 \times 2 = 300$
 - A los 3 meses: $200 + 50 \times 3 = 350$
 - A los 4 meses: $200 + 50 \times 4 = 400$
- Así sucesivamente...

Tiene sentido ya que la cantidad total de dinero que se ha pagado va aumentando mes a mes, por cada cuota de 50 soles.

SÍ

Analizando la alternativa "d)"

Si la expresión fuese $d = 200 - 50m...$

Meses	1	2	3	4
Cantidad de dinero	150	100	50	0

¿Tendría sentido que al pasar los meses la cantidad de dinero que va pagando en total sea cada vez menor?

NO

Dificultad: Interpretan inadecuadamente un modelo algebraico

El **50,7 %** de los estudiantes resolvió inadecuadamente la pregunta. Probablemente no comprendieron la situación, es decir, cuál es la cuota inicial y cómo se dan los pagos mensuales. Esto, los conduce a confundir las relaciones entre los elementos de la expresión.

Este grupo se desagrega en:

- > El **30,0 %** de los estudiantes marcó la alternativa "b) $d = 200 \times 50m$ ", porque posiblemente interpretaron el pago mensual de S/ 50 con "50m", y el pago de S/ 200 como la cantidad de cuotas a pagar, y por ello como un factor que multiplica a "50m".
- > El **12,1 %** de los estudiantes eligió la alternativa "a) $d = 50 + 200m$ ", probablemente por no saber interpretar la cuota inicial de S/ 200 ni el pago de S/ 50 por mes o por invertir las condiciones dadas.
- > Finalmente, el **8,6 %** de estudiantes marcó la alternativa "d) $d = 200 - 50m$ ". Tal vez interpretaron el pago de los S/ 50 mes a mes, pero no interpretaron el significado de los S/ 200 como un adelanto a dicho pago, sino como el precio del televisor, de tal manera que al pagarse S/ 50 mensual la deuda total llegaría en algún momento a ser cero.

Este estudiante...

- Tiene dificultades para establecer y utilizar relaciones.
- No reflexiona sobre su respuesta.
- Tiene dificultades para interpretar un modelo de función lineal.
- No interpreta la regularidad numérica en la situación.



Mejore: ¿Cómo ayudar a que mis estudiantes superen sus dificultades?

- *¿Propongo a mis estudiantes situaciones en las que tenga que modelar numéricamente y algebraicamente la relación entre dos variables?*
- *¿Hago reflexionar a mis estudiantes sobre la pertinencia y coherencia de un modelo algebraico utilizado o construido para una situación?*

Forma, movimiento y localización: Visualización de figuras

La mente humana tiene la capacidad de sintetizar la característica de todo aquello que es observado. A partir de ello puede describir lo que ve recurriendo al uso de las formas o figuras.

En el desarrollo de la competencia matemática, la figura y la manera como esta se visualiza es atendida particularmente, pues permite fortalecer la capacidad creativa de los seres humanos al realizar aplicaciones diversas, como se observa en la arquitectura, el arte, el diseño industrial, la física, entre otros. El siguiente esquema nos muestra algunos de los aspectos involucrados en el desarrollo de la visualización de las figuras.



Reflexione: ¿Qué aspectos enfatizo en mi práctica pedagógica?

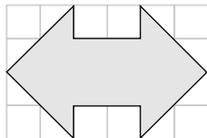
- ¿Qué creencias tienen mis estudiantes sobre las figuras? Tal vez, ¿piensan que un triángulo debe tener siempre uno de sus lados en posición horizontal?, ¿o que un rombo nunca es un cuadrado?
- ¿Piensa que la visualización contribuye a la construcción de conocimientos?
- ¿He desarrollado la visualización con mis estudiantes? ¿Para qué características de las figuras? ¿De qué forma: explícita, tangencialmente o intuitivamente?
- ¿Cómo favorece la visualización a la construcción de nociones geométricas?

¹² Tomado de Marmolejo, G. y Gonzales, T. (2013). Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales. En *Revista Integración* Vol. 31, pp. 87–106. Consultada en: <http://www.scielo.org.co/pdf/rein/v31n1/v31n1a08.pdf>

¹³ Se presenta si desde la información perceptual de la figura, se genera ideas o suscitan maneras de proceder que guían la comprensión de la tarea propuesta.

► **Ejemplo 5.**

En la siguiente cuadrícula cada  tiene una unidad cuadrada de área ($1u^2$).
¿Cuál es el área que tiene la figura de color plomo?



- a $24 u^2$ b $16 u^2$
 c $12 u^2$ d $8 u^2$

Características de la pregunta

Nivel de logro: Satisfactorio

Capacidad: Matematiza

Contenido: Área y perímetro

Contexto: Intramatemático

Respuesta: c

Esta pregunta busca que el estudiante muestre sus habilidades para calcular el área de una figura compuesta en una cuadrícula, necesitando para ello analizar los elementos y la forma de la figura dada.



Anticipo y verifique: ¿Cómo enfrentarían mis estudiantes esta pregunta?

- ¿Qué pasos realizarían en la resolución de esta pregunta?
- ¿Cómo usarían las unidades arbitrarias de área?
- ¿Qué figuras visualizan mis estudiantes en la imagen de la pregunta?
- ¿Qué aplicaciones prácticas tendría el conocimiento involucrado en esta pregunta?

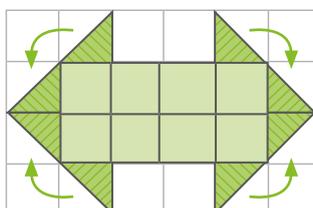
Logro: Aplican la noción de área empleando la visualización

El **43,1 %** de los estudiantes marcó "c) $12u^2$ ", evidenciando que lograron calcular el área de la figura aplicando una estrategia válida. Algunas de estas pudieron ser:

> **Visualizan la unidad y con ella componen la figura**

Se observa la figura presentada y se identifica la unidad mencionada (cuadradito), así como su equivalente (dos triángulos).

Según ello se tiene:



- 1.º Cuadraditos: $8 u^2$
- 2.º Cuadraditos formados por 2 triángulos: $4 u^2$
- 3.º Total: $12 u^2$

Este estudiante...

- Compone unidades arbitrarias usuales.
- Visualiza de forma instantánea.
- Recurre al conteo para hallar el área.

> Visualizan varias figuras por descomposición, composición o transformaciones

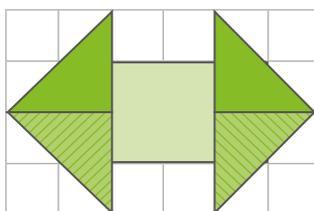
Algunos estudiantes descomponen la figura dada en otras conocidas como triángulos y cuadrados identificando sus elementos (lados, ángulos, altura, base) que no son explícitos, para finalmente componer la figura pedida y hallar el área de cada parte y del total.

Otros estudiantes también podrían visualizar el rectángulo que describe la cuadrícula y los espacios no cubiertos por la flecha, centrando su estrategia en una diferencia de áreas.

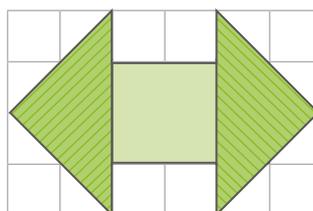
Ambos procedimientos permiten usar fórmulas, conteo (que incluye el identificar la unidad cuadrada así como dos triángulos), o combinaciones de ello.

Se observa que obtienen la respuesta de diversas formas, como se muestra a continuación:

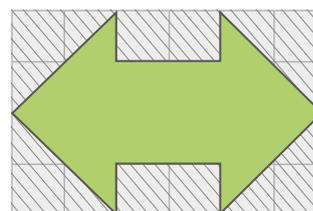
5 partes



3 partes



2 partes: Total - exterior



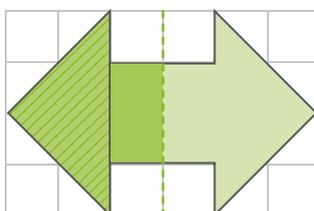
Este estudiante...

- Visualiza buscando soluciones.
- Deduce medidas en la cuadrícula.
- Clasifica figuras y usa fórmulas.

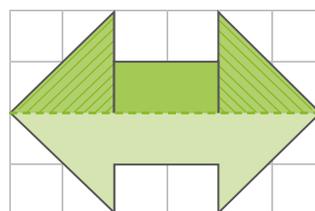
> Visualizan la forma como figura simétrica

Estos estudiantes determinan un eje de simetría y descomponen cada parte en figuras conocidas como triángulos y rectángulos, o componen por giros y traslaciones algunos cuadrados. De esta manera calculan el área de una parte y la duplican. Según ello, puede ser:

Eje vertical:
triángulo - rectángulo



Eje horizontal:
triángulo - rectángulo



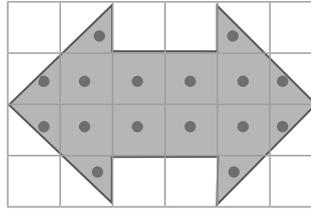
Este estudiante...

- Establece una línea de simetría.
- Utiliza diversos procesos como uso de fórmulas o recurre al conteo.
- Usa la noción de mitad o de doble.

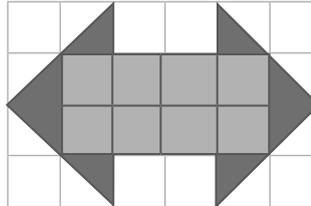
Dificultad: Inadecuada interpretación o manejo inconsistente de unidades de medida

El **54,9 %** de los estudiantes marcó alternativas incorrectas que revelan la inadecuada comprensión de la pregunta o el manejo inconsistente de unidades de medida. Los desempeños de estos estudiantes se pueden caracterizar en los siguientes grupos:

- > El **26,6 %** de los estudiantes marcó "b) $16 u^2$ ". Posiblemente contaron como unidad el cuadradito completo y también el triángulo (mitad de cuadradito). Así, obtienen en total $16 u^2$ de área.



- > El **14,9 %** de los estudiantes respondió "d) $8 u^2$ ". Posiblemente usando el conteo consideraron solo cuadraditos completos.



- > El **13,4 %** de los estudiantes marcó "a) $24 u^2$ ". Este grupo no entendería la pregunta y probablemente calculó el área del rectángulo total, determinando largo: 6 u y ancho: 4 u, por lo tanto, obtiene $24 u^2$ de área.

Este estudiante...

- Visualiza una única figura.
- Tiene dificultad para identificar otras formas y sus elementos.
- Identifica solo unidades de medida de una única forma.

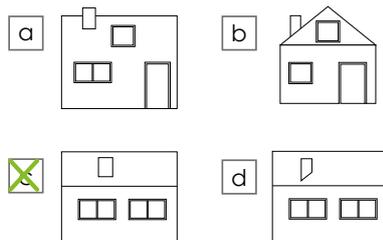


Mejore: ¿Cómo ayudar a que mis estudiantes superen sus dificultades?

- ¿Qué idea tienen mis estudiantes de la medición de superficies en figuras geométricas?
- ¿Qué actividades podrían contribuir a la deducción de medidas en una cuadrícula?
- ¿De qué forma visualizan una figura compuesta?
- ¿Qué tipos de actividades puedo planificar para que mis estudiantes visualicen las figuras de formas distintas?, ¿qué beneficio se obtendría de ello?

Ejemplo 6.

Desde la posición en la que se encuentra la niña, ¿qué vista se tendrá de la casa de juguete?



Características de la pregunta

Nivel de logro: En proceso

Capacidad: Comunica y representa

Contenido: Propiedades de las figuras tridimensionales

Contexto: Extramatemático

Respuesta: c

Esta pregunta se centra en la identificación de las vistas planas de un sólido. Un aspecto importante es considerar la posición de la niña como referencia para las vistas.



Anticipe y verifique: ¿Cómo enfrentarían mis estudiantes esta pregunta?

- ¿Qué información considerarían para resolver la pregunta?
- ¿Qué elementos del sólido observado identificarían en las vistas con mayor facilidad?
¿Cuál le ocasionaría mayor dificultad?
- ¿De qué objetos como este, u otros, mis estudiantes identifican sus vistas?

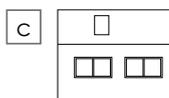
Logro: Visualizan los elementos de la vista plana de un sólido

El **57,1 %** de los estudiantes marcó "c". Para resolver esta pregunta, el estudiante pudo realizar los siguientes procesos.

> Visualizan el plano en su totalidad

Observan toda la vista, centrándose en la posición de la niña y reconocen cada uno de los objetos que ven en el plano solicitado, indicando lo siguiente:

- Hay dos ventanas a la misma altura.
- No hay puertas
- En la parte alta hay una chimenea.
- La cara vista de la chimenea es un rectángulo.



Este estudiante...

- Identifica la referencia para la vista
- Visualiza los elementos según la referencia.

Luego eligen entre las alternativas aquella que cumpla con toda la descripción de la vista realizada.

> Visualizan centrándose en un objeto en particular

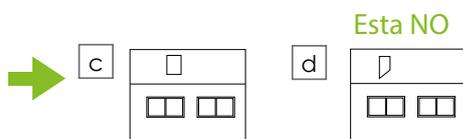
Se observa uno de los elementos desde la posición de la niña y se busca encontrarlo en las alternativas. Luego pasan a verificar otro detalle observado en la propuesta y lo constatan con el objeto en general.

Esta puede ser una forma de proceder:

La parte de abajo tiene 2 ventanas, entonces las otras dos figuras pueden ser.



Y la parte inferior de la chimenea se ve horizontal al borde del techo.



Este estudiante...

- Identifica la referencia para la vista.
- Selecciona y analiza un elemento en particular.

Dificultad: Inadecuada visualización de las características de un sólido

El **42,3 %** de los estudiantes marcó alternativas incorrectas. Los desempeños de estos estudiantes se pueden caracterizar en los siguientes grupos:

- > El **31,8 %** de los estudiantes marcó "d)  ". Probablemente, identificaron la niña como referente y las vistas globalmente, es decir, atendiendo elementos generales y no detalles. Así no identificaron la base de la chimenea como paralela a la base del techo.
- > El **8,7 %** de los estudiantes respondió "b)  ". Probablemente no consideraron la niña como referente y señalaron la fachada como vista frontal.
- > El **1,8 %** de los estudiantes marcó "a)  ". Este grupo no comprendería la situación, ni la pregunta. Al parecer eligieron la fachada de la casa mezclando elementos de la parte lateral de la misma.

Este estudiante...

- No considera la referencia para las vistas.
- Identifica algunos elementos, olvida otros.



Mejore: ¿Cómo ayudar a que mis estudiantes superen sus dificultades?

- ¿De qué forma podría graduar actividades de visualización de sólidos para que mis estudiantes las puedan comprender?
- ¿Cómo se puede destacar el rol que cumple la niña en esta pregunta?
- ¿En qué actividades cotidianas los estudiantes o nosotros hacemos uso de las distintas vistas de un sólido?
- ¿Qué materiales usados en la educación matemática pueden ser útiles para generar la experiencia de las distintas vistas de un sólido?

Gestión de datos: interpretación de información estadística y del azar

Comprender información estadística y expresarse o argumentar según esta es indispensable actualmente, debido a su uso en los diferentes medios de comunicación, como radio, televisión, internet, periódicos, etc. El siguiente diagrama nos muestra los aspectos involucrados en la construcción de esta parte de la competencia matemática.

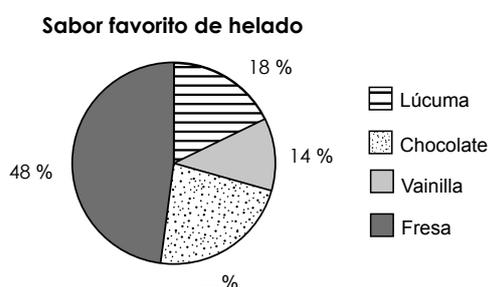


Reflexione: ¿Qué aspectos enfatizo en mi práctica pedagógica?

- ¿Realizo actividades en las que estas nociones se usen comprensivamente?
- Al tratar preguntas de este campo temático, ¿cómo las relaciono con otros contenidos como Cantidad; Regularidad, equivalencia y cambio; y Forma, movimiento y localización?

► **Ejemplo 7.**

El gráfico muestra los resultados de una encuesta que se le aplicó a un grupo de niños acerca del sabor de su helado favorito.



Si la encuesta se aplicó a 50 niños, ¿cuántos niños, de los encuestados, prefieren helado con sabor a chocolate?

- a) 30 niños. b) 20 niños.
 c) 10 niños. d) 80 niños.

Características de la pregunta

Nivel de logro: En proceso

Capacidad: Elabora y usa estrategias

Contenido: Gráficos estadísticos

Contexto: Extramatemático

Respuesta: c

Esta pregunta se orienta a resolver un problema en el que se requiere encontrar un dato a partir de la interpretación y deducción de información estadística.



Anticipe y verifique: ¿Cómo enfrentarían mis estudiantes esta pregunta?

- ¿Qué información identifican con facilidad? ¿En qué tendrían dificultades?
- ¿Qué procedimientos seguirían para resolver el problema?
- ¿El manejo de cantidades influye o determina la resolución?

Logro: Interpretan gráficos estadísticos

El **56,5%** de los estudiantes marcó adecuadamente "a) 10 niños". Estos estudiantes identifican que se pide una cantidad absoluta y la diferencian de la cantidad relativa (porcentaje). A partir de ello, la resolución se pudo realizar por diversos caminos.

> Relacionan las cantidades absolutas y los porcentajes

Los estudiantes recordarían que todo el gráfico circular equivale al 100 %. Según esto realizarían:

- Algunos estudiantes juntan los porcentajes conocidos con una adición ($48\% + 18\% + 14\%$). Luego, hallan la diferencia para obtener 100 %, que es 20 %. Finalmente, calculan el 20 % de 50 encuestados usando un algoritmo o reconociendo que 20 % es la quinta parte de la cantidad a la que se aplica. Así se obtiene: 10 niños.
- Otros estudiantes identifican que si la encuesta se hubiera aplicado al doble de niños (100 niños), el porcentaje coincidiría con la cantidad absoluta. Así indican: "el porcentaje, como número, es el doble de la cantidad de niños". Luego, calculan el porcentaje de niños que prefieren chocolate: $20\% = 100\% - 48\% - 18\% - 14\%$ y finalmente, aplicando la relación encontrada, determinan que los niños que gustan del sabor a chocolate son 10 (pues 10 es la mitad del porcentaje 20).

Este estudiante...

- Comprende que el gráfico circular representa el 100 %.
- Establece relaciones no explícitas de forma flexible.
- Usa la proporcionalidad.

> Usan su pensamiento proporcional

Los estudiantes recordarían que todo el gráfico circular equivale al 100 %. Según esto realizarían:

- Algunos estudiantes suman los porcentajes conocidos y hallan el porcentaje para completar 100 %, que es 20 %. Finalmente, por proporcionalidad llegaría a que:
Si 100 % son 50 niños, 10 % son 5 niños; y por tanto 20 % son 10 niños.

- Otros estudiantes, luego de calcular que el porcentaje faltante es 20 %, aplican la técnica “regla de tres” a partir de la correspondencia.

100 % - 50 niños
20 % - ¿? → Luego, se obtiene por respuesta 10 niños.

Es importante analizar el tipo de procedimiento que realizan nuestros estudiantes al resolver una pregunta como esta, porque nos puede dar evidencia de la flexibilidad que tienen para aplicar estrategias variadas o de un pensamiento más rígido que se centra únicamente en la aplicación de técnicas o algoritmos.

Dificultad: Interpretan limitadamente los gráficos estadísticos

El **41,7 %** de los estudiantes respondió incorrectamente. De estos:

- > El **25,2 %** de los evaluados marcó “b) 20 niños”; posiblemente porque confundió el porcentaje con las cantidades absolutas.
- > El **8,7 %** de los estudiantes marcó “a) 30 niños”. Estos estudiantes probablemente calcularon el 20 % referido al dato pedido y posteriormente restaron de 50 que es el total. Esto lo pudieron realizar pensando que deben usar todos los datos que se le dan.
- > El **7,8 %** marcó “d) 80 niños”. Probablemente porque, sin comprender, se sumaron los datos del gráfico circular presentado en el problema.

Este estudiante...

- No diferencia porcentajes de cantidades absolutas y las operan de forma indistinta.
- Cree que debe utilizar todos los datos o que siempre debe realizar cálculos con ellos.



Mejore: ¿Cómo ayudar a que mis estudiantes superen sus dificultades?

- ¿Qué conocimientos sobre Cantidad y Regularidad, equivalencia y cambio son necesarios para interpretar adecuadamente los distintos gráficos estadísticos?
- ¿De qué forma podría mostrar que Matemática no es solo calcular?
- ¿Cuál sería la secuencia de presentación de los distintos gráficos estadísticos para que mis estudiantes sientan mayor seguridad en su interpretación?
- ¿Qué oportunidades podría planificar para reforzar aprendizajes en estadística y en otros campos temáticos?

7. Sugerencias pedagógicas

Esta sección presenta recomendaciones pedagógicas a partir de los resultados evidenciados en la prueba de Matemática. Estas sugerencias atienden prioritariamente algunos aspectos considerados necesarios para lograr adecuadamente aprendizajes en Matemática; por ello no son exclusivas para segundo grado de secundaria, sino también son pertinentes para los otros grados de secundaria.

Usted puede proponer actividades que propicien lo sugerido en cada aspecto.

Sobre el tratamiento de los números racionales

- > Representar una fracción o expresiones decimales de diferentes formas y así obtener las herramientas necesarias para compararlas y determinar sin error el orden de las mismas.
- > Realizar actividades que involucren el trabajar con expresiones equivalentes dentro de una situación (decimales, fracciones y porcentajes), revisando si los estudiantes reconocen representaciones diversas en distintos soportes.
- > Dialogar con sus estudiantes para que ellos manifiesten dónde encuentran las mayores dificultades, así como también permitirles expresar la interpretación que ellos le están dando a las representaciones que usted u otros estudiantes de la clase presentan.
- > Evitar el uso mecánico de las fórmulas para la obtención de una fracción comprendida entre otras dos o realizarlo verificando la comprensión del significado de los distintos elementos y pasos del algoritmo usado.
- > Explorar las creencias de los estudiantes ante las comparaciones en los racionales y mostrar evidencias comprensibles para ellos. Así por ejemplo, para diferenciar al comparar 0,01 de 0,1 o 0,03 de 0,3 es posible usar representaciones gráficas u objetos.
- > Realizar operaciones con decimales considerando que las cantidades tengan ceros en la parte decimal.

Sobre la estructura aditiva de cambio

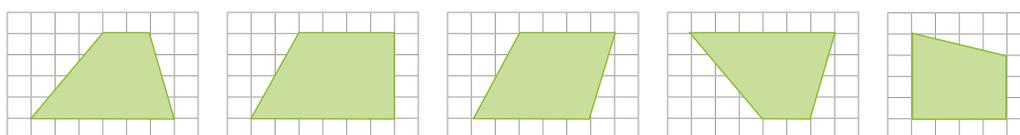
- > Permitir que sus estudiantes resuelvan variadas situaciones aditivas de diferente estructura en los distintos conjuntos numéricos. Aunque la mayor parte de las estructuras aditivas de una etapa se han enseñado en primaria, estas necesitan ser reforzadas en otros conjuntos numéricos, estableciendo conexiones con otros aprendizajes.
- > Propiciar que sus estudiantes utilicen esquemas para representar la situación. De este modo, se asegura una buena matematización del problema.

Sobre la argumentación

- > Tomar como punto de partida la opinión de los estudiantes ante sus temas de interés, de tal forma que comprendan la diferencia de una opinión y una argumentación, así como la estructura de una adecuada argumentación, que comprende el asumir una postura frente a lo expresado y mostrar los argumentos válidos para reafirmar lo expresado o refutarlo.
- > Solicitar variadas formas de argumentación, que orienten a que el esquema postura-argumento esté dirigido a distintos públicos con distintos niveles de conocimiento. Esta permitirá a los estudiantes emplear diferentes recursos comunicativos así como distintas nociones.
- > Propiciar que los estudiantes realicen interpretaciones de las respuestas obtenidas en la resolución de un problema en el contexto apropiado, así como el argumentar de acuerdo con lo que indican los datos.

Sobre pensamiento geométrico

- > Proponer polígonos en diferentes presentaciones y posiciones para que se promueva el análisis de los elementos para su clasificación. Por ejemplo:



- > Evitar nombrar la clasificación del polígono para que puedan inferirlo a partir de propiedades y definiciones.
- > Solicitar que los estudiantes planteen más de una forma de solución ante un problema para que puedan pensar en una forma directa de desarrollo y en otros procedimientos con nociones relacionadas entre sí. En ambos casos es importante solicitar la justificación de sus procedimientos.

Sobre las funciones

- > Al introducir este concepto, propiciar la asociación de los elementos principales con datos de una situación real y cercana por ejemplo (analizando la variación de la temperatura de un niño con gripe con el transcurrir de las horas o identificando la variación del precio del dólar durante los días de una semana, etc.), para que se facilite la comprensión del significado de las funciones y su utilidad para identificar una regularidad, analizar la variación de una cantidad, predecir un resultado, etc.
- > Brindar oportunidades para leer, analizar, describir, argumentar e interpretar las variadas formas de representar una función, así como el paso de una a otra.
- > Utilizar gráficas para representar situaciones de la vida cotidiana (reales o recreadas) y analizarlas, enfatizando en:
 - Extraer información implícita o explícita de dicha relación.
 - Describir situaciones con lenguaje cotidiano, para así expresar la relación entre las variables, sus propiedades, regularidades y observaciones propias del estudiante.
 - Modelar estas situaciones, en forma verbal, numérica o algebraica, como parte de un proceso de generalización.

¿Cómo deben distribuirse los informes de la ECE 2015?

Se han preparado informes específicos dirigidos a cada instancia involucrada en los aprendizajes de los estudiantes: **directores, docentes, padres y madres de familia.**

1 Directores

recibirán un paquete de informes en la IE, los que deberán distribuir según corresponda.

Informes para directores*:

- ✓ ¿Qué logran nuestros estudiantes en la ECE?
- ✓ Jornada de Reflexión.
- ✓ Papelógrafo de metas.

*Se incluye para el director un ejemplar adicional de los informes pedagógicos.

2 Docentes

de Comunicación y Matemática de todos los grados

recibirán un informe pedagógico correspondiente a su área:

- ✓ ¿Qué logran nuestros estudiantes en Lectura?
- ✓ ¿Qué logran nuestros estudiantes en Matemática?
- ✓ ¿Qué logran nuestros estudiantes en Escritura?

3 Padres y madres de familia

serán convocados por el docente a una reunión y recibirán los informes de resultados de su IE:

- ✓ Conozca los resultados del colegio de su hijo.

Todos los informes de la ECE se encuentran disponibles en la página web del Sicrece. Para acceder al informe de resultados de su institución educativa, deberá usar el mismo usuario y contraseña (del perfil administrador) que utiliza para ingresar a Siagie.



SICRECE

Sistema de Consulta de Resultados de Evaluaciones

<http://sicrece.minedu.gob.pe>

Si usted tiene alguna consulta o comentario sobre este informe, comuníquese con nosotros:

✉ medicion@minedu.gob.pe ☎ Telf. (01) 615-5840

Visite nuestra página web:

🌐 <http://umc.minedu.gob.pe>

Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes
Ministerio de Educación
Calle Las Letras 385, San Borja - Lima, Perú