

¿Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en Matemática?

Segundo grado de primaria



Contenido

	Pág.		Pág.
1. La prueba de Matemática	2	Numeración Decimal en situaciones referidas a agrupar, ordenar, contar y medir	12
1.1 ¿Cuál es el objetivo de la ECE en Matemática?	2	5.1.1 Expresar una cantidad a partir de su representación gráfica	12
1.2 ¿Qué evalúa la prueba de Matemática de la ECE?	2	5.1.2 Reconocer que un número de dos o más cifras puede componerse y descomponerse a partir de grupos de 10	15
2. ¿Cómo se presentan los resultados de la ECE?	3	5.1.3 Expresar cantidades mayores que 10, utilizando decenas	19
3. ¿Cuáles son los resultados de los estudiantes de su Institución Educativa (IE) en la ECE 2013?	4	5.2 Logros y dificultades referidas a la construcción del significado y uso de las operaciones en problemas referidos a agregar-quitar, juntar-separar, comparar e igualar.	23
3.1 ¿Qué les faltó a mis estudiantes para alcanzar el Nivel Satisfactorio?	6	5.2.1 Resolver problemas que implican juntar-separar cantidades (combinación)	24
3.2 Cantidad de estudiantes ubicados por nivel de logro y por sección	7	5.2.2 Resolver problemas que implican agregar-quitar cantidades (cambio)	27
3.3 Diferencias en el rendimiento de los estudiantes, porque no todos aprenden al mismo ritmo	8	5.2.3 Resolver problemas que implican comparar dos cantidades (comparación)	30
4. ¿Cuáles son los resultados de los estudiantes en su UGEL, DRE y país en la ECE 2013?	10	5.2.4 Resolver problemas de varias etapas	33
5. Logros y dificultades en el aprendizaje de la Matemática	11	Anexo: Matriz de preguntas, indicadores y contenidos	38
5.1 Logros y dificultades referidas a la construcción del significado y uso del número, y del Sistema de			

1. La prueba de Matemática

1.1 ¿Cuál es el objetivo de la ECE en Matemática?

El objetivo principal de la ECE en Matemática es dar información acerca de los logros de aprendizaje de nuestros estudiantes, referidos a la competencia “Plantea y resuelve problemas de cantidades que implican la construcción y el uso de números y operaciones, empleando diversas representaciones y estrategias de resolución que permitan obtener soluciones pertinentes al contexto”. Siendo la ECE una evaluación a gran escala, se prioriza la resolución de problemas. Con esta información, podremos tomar decisiones oportunas que permitan desarrollar aprendizajes de acuerdo con lo esperado para el segundo grado de primaria.

¿Qué prácticas no favorecen la mejora de los aprendizajes?

- > Hacer comparaciones con los resultados de la ECE para sancionar o premiar a los estudiantes, docentes o escuelas. Tengamos presente que existen diferencias respecto a estratos socioeconómicos, áreas geográficas, tamaño de población escolar o características propias de la cultura que hacen que estas comparaciones no solo sean inadecuadas, sino también injustas.
- > Aplicar pruebas similares para “entrenar” a los estudiantes. Si nos proponemos mejorar, las estrategias más adecuadas estarán orientadas a desarrollar competencias y no a familiarizarse con la prueba y replicar respuestas sin la reflexión concerniente.

1.2 ¿Qué evalúa la prueba de Matemática de la ECE?

La ECE en Matemática indaga por la comprensión que el estudiante tiene del número y su habilidad para resolver problemas que involucran números y operaciones.

En ese sentido, evalúa capacidades asociadas a:

- > La construcción del significado y uso del número y del Sistema de Numeración Decimal (SND) en situaciones referidas a agrupar, ordenar, contar y medir.
- > La construcción del significado y uso de las operaciones de adición y sustracción en problemas que involucran acciones como agregar-quitar, juntar-separar, comparar e igualar.



La prueba de Matemática de la ECE 2013 se elaboró de acuerdo con el Diseño Curricular Nacional (DCN) vigente, el Mapa de Progreso y las Rutas del Aprendizaje de Números y Operaciones, y a otros documentos oficiales que emite el Ministerio de Educación.

Es necesario precisar que la ECE no evalúa todos los aprendizajes previstos para segundo grado, sino que prioriza los aprendizajes referidos a números y operaciones. No obstante, las preguntas propuestas involucran la comprensión de tablas y gráficos estadísticos, así como la interpretación de regularidades.

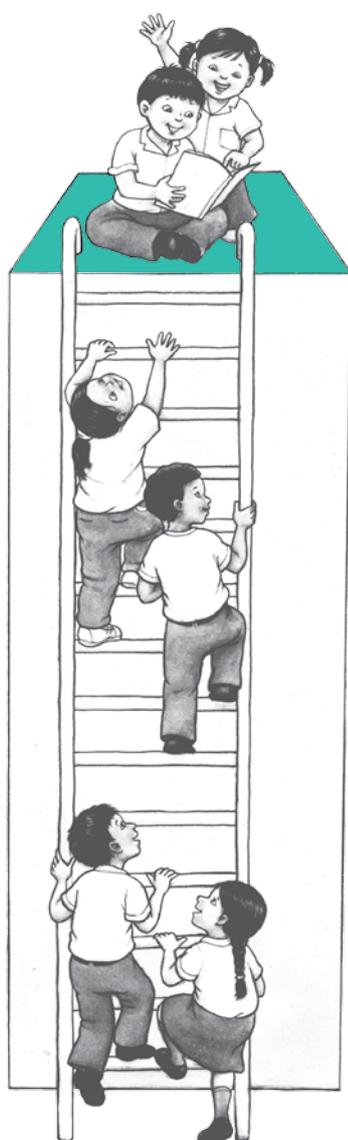
Aun cuando la ECE prioriza determinados aprendizajes, en el aula se debe trabajar, integralmente, la Matemática considerando diferentes saberes asociados a la cantidad, la forma, la organización de datos, y el cambio y las relaciones.

2. ¿Cómo se presentan los resultados de la ECE?

En la ECE, los resultados de los estudiantes en la prueba de Matemática se presentan mediante **niveles de logro**.

Los niveles de logro en Matemática

A partir de sus respuestas en la prueba, los estudiantes se ubicaron en alguno de estos niveles: Nivel Satisfactorio (Nivel 2), Nivel En Proceso (Nivel 1) o Nivel En Inicio (Debajo del Nivel 1). Veamos qué significa cada nivel.



Nivel 2: Satisfactorio

LOGRÓ LOS APRENDIZAJES ESPERADOS

El estudiante resuelve situaciones matemáticas, según lo esperado para el grado.



Al finalizar el año, todos nuestros estudiantes deberían ubicarse en el Nivel Satisfactorio.

Nivel 1: En Proceso

NO LOGRÓ LOS APRENDIZAJES ESPERADOS

El estudiante resuelve solo situaciones matemáticas sencillas.

Debajo del Nivel 1: En Inicio

NO LOGRÓ LOS APRENDIZAJES ESPERADOS

El estudiante tiene dificultades, incluso, para resolver situaciones matemáticas sencillas.

TOMEMOS EN CUENTA que los niveles son inclusivos. Esto significa que el niño que ha alcanzado el Nivel Satisfactorio es capaz de realizar las tareas propias de este nivel y hacer todo lo que hace un niño en el Nivel En Proceso.

3. ¿Cuáles son los resultados de los estudiantes de su Institución Educativa (IE) en la ECE 2013?

Distribución de los estudiantes de su IE en la ECE 2013, según niveles de logro en Matemática

En esta sección, se presentan los resultados de los estudiantes de su IE en la prueba de Matemática de la ECE 2013. Lea y analice con atención esta información.

NIVEL	CANTIDAD	PORCENTAJE*
Satisfactorio		
En Proceso		
En Inicio		
TOTAL		

* Las escuelas con menos de 10 estudiantes no tienen resultados porcentuales para evitar interpretaciones sesgadas.

NIVEL SATISFACTORIO

Logró los aprendizajes esperados

Estos estudiantes pueden resolver situaciones matemáticas variadas, según lo esperado para el grado. Veamos algunos ejemplos de lo que puede hacer un estudiante de este nivel.

> En lo referido a la construcción del significado y uso de las operaciones:

Ayer José tenía 13 chapitas, pero luego perdió 8 chapitas. Hoy su abuelito le dio 7 chapitas. ¿Cuántas chapitas tiene ahora José?

- a) 28 chapitas.
- b) 12 chapitas.
- c) 60 chapitas.

- Resuelve problemas aditivos de hasta tres etapas que requieren establecer relaciones, seleccionar información útil o integrar conjuntos de datos.
- Resuelve problemas vinculados a nociones de doble, triple y mitad, usando estrategias aditivas.

> En lo referido a la construcción del significado y uso del número y del SND:

Observa la pizarra:



Ahora responde: ¿cuántos carritos puedes canjear con 35 puntos?

- a) 4 carritos. b) 3 carritos. c) 35 carritos.

- Reconoce que un número de dos o más cifras puede componerse y descomponerse a partir de grupos de 10 unidades.
- Identifica equivalencias no convencionales de los números.

NIVEL EN PROCESO

No logró los aprendizajes esperados

Estos estudiantes pueden resolver solo situaciones matemáticas sencillas. Ahora, veamos algunos ejemplos de lo que puede hacer un estudiante de este nivel.

> En lo referido a la construcción del significado y uso de las operaciones:

Lee la tabla y responde.

En total, ¿cuántos panes son de maíz?

Tipos de pan		
	Grande	Pequeño
De maíz	7	12
De trigo	4	10

a) 7 panes. b) 11 panes. ~~c) 19 panes.~~

- Resuelve situaciones aditivas vinculadas a acciones de juntar, agregar y quitar.
- Realiza operaciones de adición y sustracción.

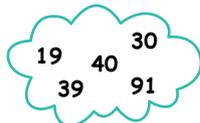
> En lo referido a la construcción del significado y uso del número y del SND:

Del siguiente grupo de números, ¿cuáles son MENORES que 38?

a) 30 y 91

b) 39 y 40

~~c) 19 y 30~~



- Compara números de hasta dos cifras.
- Reconoce patrones y completa términos en secuencias numéricas.

NIVEL EN INICIO

No logró los aprendizajes esperados

Los estudiantes ubicados en este nivel tienen dificultades para responder las preguntas más fáciles de la prueba. Incluso, podrían estar resolviéndolas al azar.

Un estudiante de este nivel establece relaciones numéricas sencillas. Veamos el siguiente ejemplo:

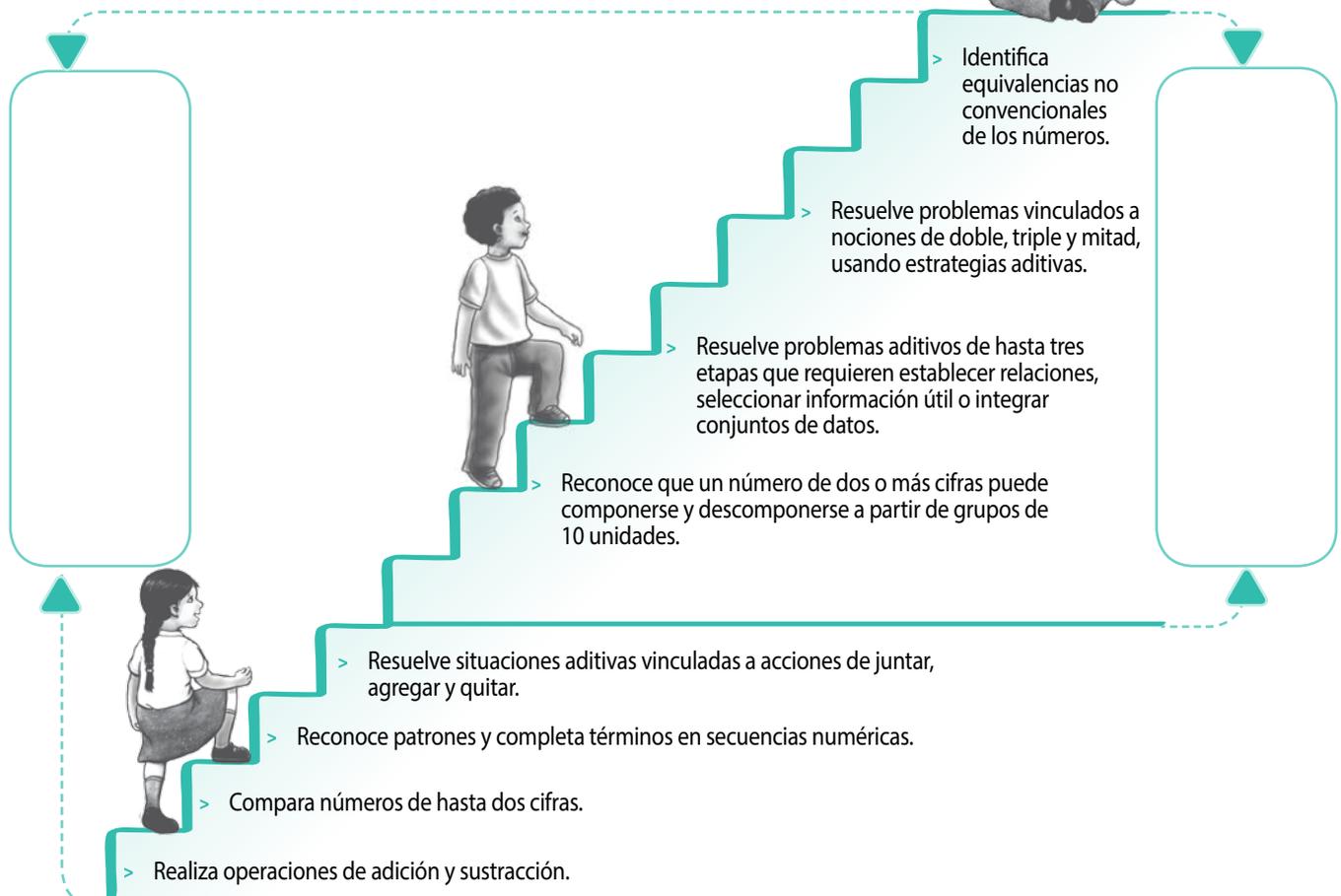
¿Cuántas chapas hay?



3.1 ¿Qué les faltó a mis estudiantes para alcanzar el Nivel Satisfactorio?

La escuela debe atender, con prioridad, a los estudiantes que se encuentran en el Nivel En Proceso y en el Nivel En Inicio. Conocer los aprendizajes que no han logrado estos estudiantes, servirá como punto de partida para atender sus necesidades de aprendizaje de manera diferenciada.

A continuación, le mostramos los aprendizajes que debería trabajar con cada grupo de estudiantes que no alcanzó el Nivel Satisfactorio.



Tenga en cuenta que estos son solo algunos de los aprendizajes más importantes que deben lograr los niños en la escuela en Matemática. También es necesario trabajar las capacidades relacionadas a Cambio y Relaciones, Geometría, Estadística y Probabilidad.

3.2 Cantidad de estudiantes ubicados por nivel de logro y por sección

A continuación, le presentamos los resultados en Matemática de cada una de las secciones de su IE:

Distribución de los estudiantes de su IE en la ECE 2013, según nivel de logro y sección

Nivel	SECCIONES										TOTAL
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
Satisfactorio											
En Proceso											
En Inicio											
TOTAL											

Para ayudar a nuestros estudiantes a mejorar en Matemática, es importante que analicemos los resultados que obtuvieron en la ECE 2013. Es recomendable que este análisis lo realice junto a los docentes de segundo y tercer grado. Las siguientes preguntas pueden orientar esta labor:



Estos resultados también deberían analizarse en los microtalleres del PELA.

- Ubique la columna con los resultados de su sección.

¿Cuántos estudiantes de su sección se encuentran en el Nivel Satisfactorio? _____

¿Cuántos en el Nivel En Proceso? _____ ¿Cuántos en el Nivel En Inicio? _____

- Ahora, sume las cantidades que están en el Nivel En Proceso y Nivel En Inicio. Anote su respuesta a continuación: _____ Este número indica la cantidad de estudiantes que NO lograron lo que se espera para segundo grado. ¿Cómo organizaría la clase para que pueda acompañar con mayor dedicación a estos estudiantes?

- En su escuela, ¿qué factores intervienen en el desempeño de los estudiantes? ¿Cuáles de estos factores pueden ser manejados por la IE?



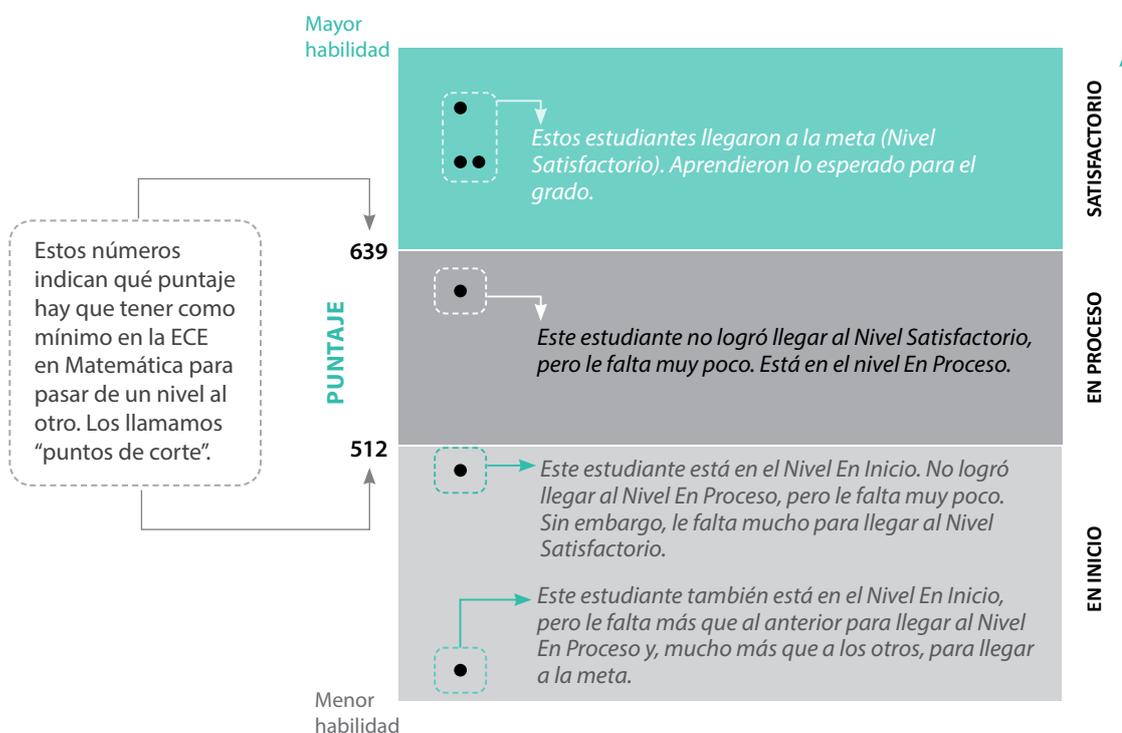
Recuerde que todas las escuelas deben realizar una Jornada de Reflexión acerca de sus resultados en la ECE. En ella, deberán establecer metas orientadas a REDUCIR la cantidad de estudiantes del NIVEL EN INICIO y a AUMENTAR la cantidad de estudiantes en el NIVEL SATISFACTORIO.

3.3 Diferencias en el rendimiento de los estudiantes, porque no todos aprenden al mismo ritmo

Imagine que el aprendizaje es como caminar sobre una alfombra muy grande. Haga de cuenta que esa alfombra es como el gráfico de abajo. Los niños, a medida que van aprendiendo, van dando pasos sobre la alfombra. Ellos han empezado desde abajo (menos habilidad) y van caminando hacia arriba (más habilidad). Imagine también que los círculos negros son estudiantes que están sobre la alfombra.

Como es de esperar, no todos avanzan a la misma velocidad. Algunos dan pasos más cortos y otros más largos. Sin embargo, esperamos que al finalizar el segundo grado TODOS hayan llegado a la zona verde de nuestra alfombra. Esta zona verde representa el Nivel Satisfactorio.

Observemos el ejemplo:

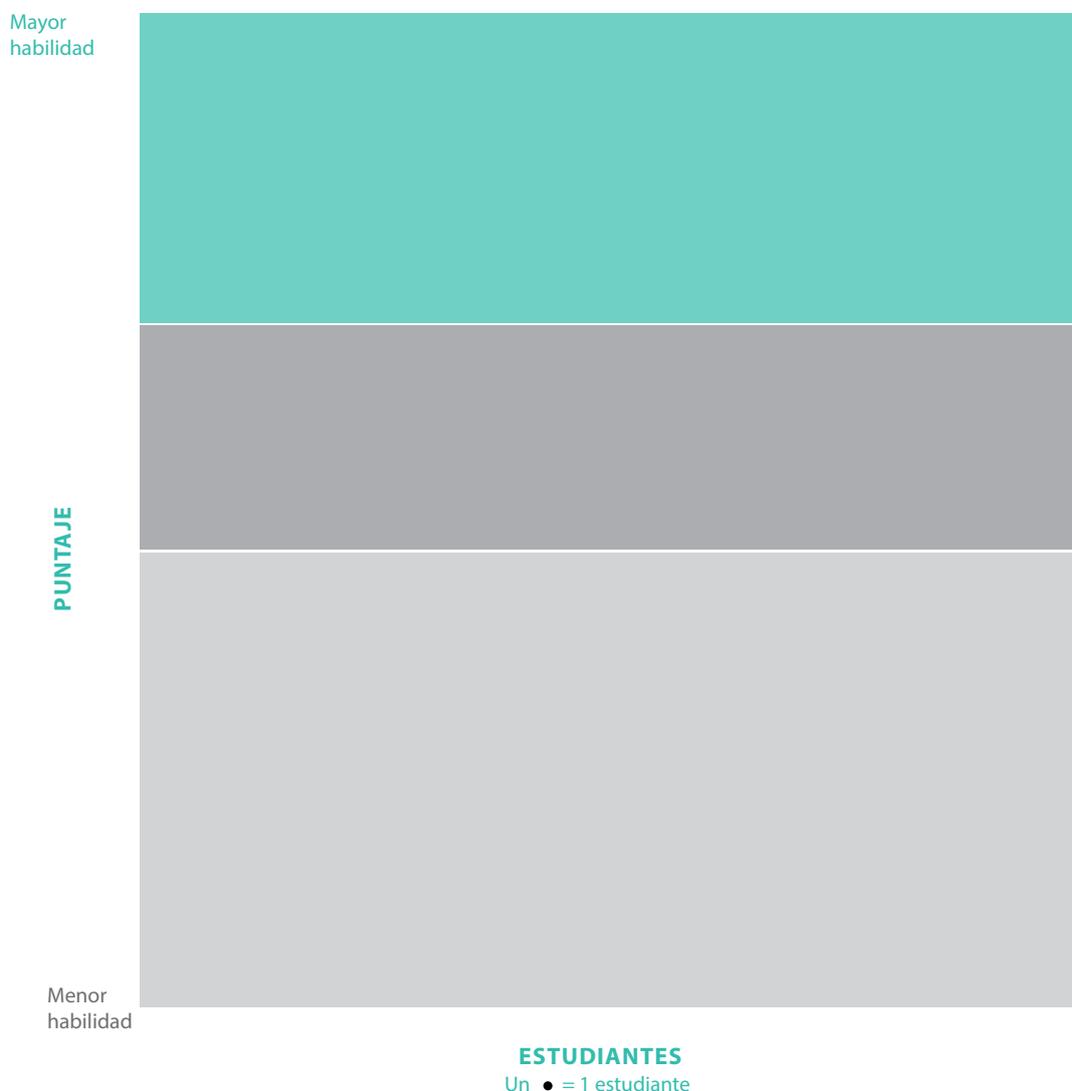


Si en su escuela todos los estudiantes han llegado a la zona verde, ¡felicitaciones!, todos han logrado lo esperado al finalizar el grado. Sin embargo, si en su escuela hay estudiantes que no han llegado a esta zona, hay que fijarse qué tan lejos están de la meta.

Esta información es importante porque nos ayuda a ver quiénes se están quedando atrás y cuánto les falta para lograr las metas. A partir de esto, podemos formular estrategias más específicas para aquellos que requieren mayor atención.

En el siguiente gráfico, veremos cómo se aplica en su escuela lo que acabamos de explicar. El gráfico muestra cómo se han ubicado sus estudiantes, según su habilidad en Matemática.

Ubicación de cada uno de los estudiantes de su escuela en Matemática



En este gráfico, están representados TODOS los estudiantes que fueron evaluados en la ECE 2013 en su IE.

¿Cómo podemos interpretar este gráfico?

Como hemos señalado, en este gráfico podremos saber, a simple vista, qué tantas diferencias hay entre los estudiantes en Matemática. Primero observe: ¿en qué parte de la alfombra hay más estudiantes?

Ahora, fíjese qué estudiantes están cerca del punto de corte del Nivel Satisfactorio (zona verde). A ellos les falta muy poco para llegar a la meta. ¿Cómo los puede ayudar a llegar?

Observe a aquellos que están en el Nivel En Inicio, acercándose al Nivel En Proceso. ¿Cómo puede ayudarlos a mejorar sus habilidades para pasar al siguiente nivel?

Ahora, fíjese qué estudiantes están más lejos de llegar a la zona verde. Estos son los estudiantes que tienen mayores dificultades. ¿Cómo los ayudaría a llegar?

Como podrá darse cuenta, si aplica una sola estrategia para todos los niños, algunos se irán quedando atrás y otros avanzarán. Lo ideal es que utilice diversas estrategias para niños que tienen distintos ritmos de aprendizaje.

4. ¿Cuáles son los resultados de los estudiantes en su UGEL, DRE y país en la ECE 2013?

A continuación, le presentamos los resultados en Matemática de su UGEL, de su DRE y del país. Compare estos resultados con los de su escuela.

Porcentaje de estudiantes de su escuela, UGEL, DRE y el país, según niveles de logro en Matemática

NIVEL	SU ESCUELA *	UGEL**	DRE	EL PAÍS
Satisfactorio				16,8%
En Proceso				32,3%
En Inicio				50,9%
TOTAL			100%	100%

* Las escuelas con menos de 10 estudiantes no tienen resultados porcentuales para evitar interpretaciones equivocadas.

**Si su UGEL no tiene resultados es porque no se consiguió la cobertura necesaria.

- En el país, el 16,8% de estudiantes logra los aprendizajes esperados para el segundo grado. En su escuela, ¿qué porcentaje de estudiantes logró lo esperado? _____
- En el país, el 83,2% no logra lo esperado para el grado (esto se obtiene sumando 32,3% y 50,9%). En su escuela, ¿qué porcentaje no logró lo esperado? _____
- Compare los resultados de su escuela con los de su UGEL. ¿Tiene su escuela mayor porcentaje de estudiantes en el Nivel Satisfactorio? ¿Y qué ocurre en el Nivel En Inicio? _____
- Hágase las mismas preguntas al comparar los resultados de su escuela con los de su DRE. _____
- Respecto al año 2012, el porcentaje de estudiantes en el Nivel Satisfactorio se ha incrementado en 4 puntos porcentuales. Hay un mayor número de estudiantes que lograron los aprendizajes esperados y esto es bueno, sobre todo considerando que desde el 2009 no se habían experimentado mejoras significativas. En su escuela, ¿este porcentaje ha aumentado o disminuido?, ¿a qué cree que se debe este cambio? _____
- Respecto al año 2012, el porcentaje de estudiantes en el Nivel En Inicio también se ha incrementado en 1,9 puntos porcentuales. Esto significa que hemos empeorado en este nivel, pues hay un mayor número de estudiantes que no realizan ni siquiera las preguntas más fáciles de la prueba. En su escuela, ¿este porcentaje ha aumentado o disminuido?, ¿qué acciones explican este cambio?, ¿están usando estrategias específicas para atender a este grupo de estudiantes con menores habilidades? _____



Una de las estrategias prioritarias que debemos desarrollar con los estudiantes que no han alcanzado el Nivel Satisfactorio en Matemática, será desarrollar también sus capacidades en Comprensión Lectora.

5. Logros y dificultades en el aprendizaje de la Matemática

En esta parte, se explica cuáles son los logros de aprendizaje de nuestros estudiantes en la ECE 2013 y la importancia que tienen. También, tratamos acerca de las dificultades que todavía persisten e impiden que los estudiantes alcancen los aprendizajes previstos.

Llamamos logro al aprendizaje evidenciado por los estudiantes a través de sus respuestas correctas. Este logro se expresa mediante el porcentaje de acierto en cada pregunta.

En el presente informe, enfocamos la dificultad como “aquel conocimiento que ha sido satisfactorio para la resolución de ciertos problemas, y que, por esta razón, se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el estudiante se enfrenta con nuevos problemas”¹.

Presentamos los logros y las dificultades² en dos bloques. El primero se refiere a los aprendizajes vinculados a la *construcción del significado y uso del número y del Sistema de Numeración Decimal (SND)* y el segundo, a la *construcción del significado y uso de las operaciones*.

Construcción del significado y uso del número y del SND

- ✓ Expresar una cantidad a partir de su representación gráfica.
- ✓ Reconocer que un número de dos o más cifras puede componerse y descomponerse a partir de grupos de 10.
- ✓ Expresar cantidades mayores que 10, utilizando decenas.

Construcción del significado y uso de las operaciones

- ✓ Resolver problemas que implican juntar-separar cantidades (combinación).
- ✓ Resolver problemas que implican agregar-quitar cantidades (cambio).
- ✓ Resolver problemas que implican comparar dos cantidades (comparación).
- ✓ Resolver problemas de varias etapas.

En cada aprendizaje describimos:

- A. El logro conseguido.
- B. Las dificultades que persisten.
- C. Las posibles causas de estas dificultades.

Además, al final de cada bloque presentaremos algunas recomendaciones para mejorar nuestra práctica en el aula.

¹ Concepción caracterizada tanto por Gastón Bachelard como Guy Brousseau.

² Para describir las dificultades recurrimos a algunas entrevistas que hemos realizado a estudiantes de segundo grado que rindieron las pruebas de Matemática de la ECE, así como a la información que reportan algunas investigaciones. En las entrevistas hemos podido identificar algunos razonamientos que realizan los estudiantes cuando dan respuestas erradas. Este análisis no pretende ser exhaustivo, probablemente hayan otras explicaciones que requieren ser investigadas.

5.1 Logros y dificultades referidas a la construcción del significado y uso del número, y del Sistema de Numeración Decimal en situaciones referidas a agrupar, ordenar, contar y medir

En la construcción del Sistema de Numeración Decimal, es importante:

- > Reconocer grupos de 10.
- > Comprender que a partir de 10 unidades se genera una nueva unidad (por ejemplo: 10 unidades conforman una nueva unidad llamada decena).
- > Comprender que el valor de las cifras de un número depende de la posición en la que se encuentran (por ejemplo: en 32, la cifra 3 significa 3 grupos de 10 unidades y la cifra 2 significa 2 unidades).
- > Emplear la equivalencia entre unidades y decenas, es decir que 10 unidades conforman una decena y viceversa.

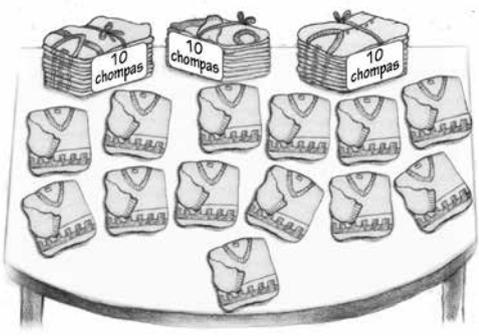
En segundo grado (7-8 años) se espera que los estudiantes empleen sus capacidades relacionadas a la comprensión del número y sus diversas representaciones en situaciones de diferentes contextos. Esto implica que sean capaces de identificar el total de elementos en situaciones donde empleen números hasta 99, usando decenas y unidades.

Veamos cuáles son los logros y dificultades que muestran nuestros estudiantes en este proceso, evidenciados en la ECE 2013.

5.1.1 Expresar una cantidad a partir de su representación gráfica

Analicemos logros y dificultades a través de la siguiente pregunta:

Observa el dibujo y responde: ¿Cuántas chompas hay en total?



a 33 chompas.
b 43 chompas.
c 313 chompas.

Nivel En Proceso

En esta pregunta, el estudiante debe expresar el total de chompas que hay en la mesa, estando algunas de ellas agrupadas en paquetes de diez y otras sin agrupar.

A. El logro conseguido

El **85%** de los estudiantes³ respondió adecuadamente al identificar que el número de chompas que hay en el dibujo es 43 (alternativa b). Para resolver esta pregunta, los estudiantes pudieron seguir alguno de estos procedimientos:

Cuentan en unidades diferentes.

Compongo el número a partir de todos sus grupos de 10 y de las chompas que quedan sueltas.

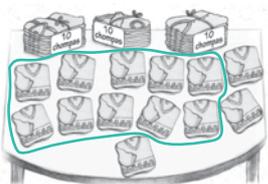


- ✓ Primero, cuentan por separado los grupos y los objetos sin agrupar.

Hay 3 paquetes y 13 chompas.



- ✓ Luego, identifican un nuevo grupo de 10.



Entonces, hay 4 paquetes y 3 chompas.



- ✓ Finalmente, expresan la cantidad en grupos de 10 y unidades sueltas.

4 paquetes de 10 y 3 chompas sin agrupar, son 43 chompas.



Estos estudiantes muestran que están usando el grupo de 10 como una "unidad de 10". Están listos para construir la noción de decena como unidad nueva, distinta de las "unidades de 1".

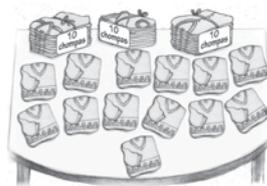
Cuentan solo en una misma unidad.

Cuento las chompas que hay.



- ✓ Primero, cuentan las chompas en paquetes de 10 y, luego, las chompas de 1 en 1.

Hay 10, 20, 30, 31, 32, 33, 34, 35... 40, 41, 42, 43.



- ✓ Después, expresan la cantidad en unidades: 43 chompas.

Aun cuando estos estudiantes logran responder correctamente, solo lo hacen contando en unidades. Es decir, tienen una noción intuitiva de grupos de 10 que deben consolidar para comprender la decena y otras unidades mayores.

³ Los porcentajes que mostramos en esta sección están referidos al total de estudiantes que rindieron la prueba y han sido redondeados al entero.

B. Las dificultades que persisten

Para explicar las dificultades, analizaremos cómo pudieron proceder los estudiantes que marcaron las alternativas incorrectas.

? Tienen una idea limitada del valor de posición.

Decenas primero, unidades después.



El **6%** respondió erróneamente 313 chompas (alternativa c).

Algunos pudieron proceder así:

✓ Cuentan los paquetes de chompas y las chompas sueltas por separado.

Hay 3 paquetes y 13 chompas.



✓ Luego, escriben los números obtenidos, uno a continuación de otro, resultando 313.

Hay 3 y 13 entonces, hay 313.



Otros proceden de esta forma:

✓ Cuentan los paquetes de chompas y ven 3 paquetes; luego, cuentan 13 chompas sin agrupar. Asocian cada paquete con una decena y cada chompa sin agrupar con una unidad. Posteriormente, siguiendo la regla "las decenas primero, las unidades después", escriben 313.

Estos estudiantes no reconocen el valor que tienen las cifras de acuerdo con su posición en el número.

? Tienen una idea limitada de decena.

10 cosas sueltas no forman una decena.



El **7%** dio erróneamente como respuesta 33 chompas (alternativa a). El proceso que pudieron realizar queda descrito por los siguientes pasos:

✓ Cuentan las decenas agrupadas (3 paquetes de chompas):

Aquí hay 3 decenas.



✓ Después, agrupan 10 chompas y forman un grupo de 10. Dejan las otras 3 chompas sin agrupar.



✓ Luego, escriben la cantidad de decenas que se ven como paquetes en el dibujo, seguida de la cantidad de chompas que quedaron sin agrupar.

✓ Finalmente escriben 3 decenas y 3 unidades, es decir 33.



Los estudiantes identifican el grupo de 10 chompas sin agrupar, pero no lo reconocen como decena porque no forman un paquete. Por ello, no consideran a este grupo en el conteo de las decenas.

C. Las posibles causas de estas dificultades

Los docentes solemos planificar actividades de aprendizaje, manteniendo siempre la misma disposición en las representaciones de los números. Esto hace que el estudiante saque conclusiones erróneas. Por ejemplo:

- > Invitamos a reconocer siempre la decena con objetos agrupados (atado de palitos, barra del material Base Diez, etc.). En consecuencia, el estudiante deduce o interpreta que la decena es un objeto "agrupado" que tiene "10 cosas unidas". Además, es probable que coloquemos esas decenas en posiciones típicas en forma reiterada: arriba o a la izquierda. Cuando queremos acompañarlas con unidades lo hacemos con un máximo de 9 unidades abajo o a la derecha, reforzando la regla "primero decenas, después unidades", tal como se aprecia en el dibujo de la derecha.



- > Para reconocer decenas o grupos de 10, les mostramos solo unidades sin agrupar y no combinamos grupos ya constituidos con grupos por constituir. Esto se observa en el gráfico de la derecha. Así, reforzamos la idea: **"Se debe formar decenas, solo cuando tenemos unidades sin agrupar"**.



5.1.2 Reconocer que un número de dos o más cifras puede componerse y descomponerse a partir de grupos de 10

Analicemos logros y dificultades a través de la siguiente pregunta:

Observa la pizarra:

Ahora responde: ¿cuántos carritos puedes canjear con 35 puntos?

a 4 carritos.

b 3 carritos.

c 35 carritos.

Nivel Satisfactorio

En esta pregunta, el estudiante debe identificar grupos de 10 en un número de dos cifras a partir de la información brindada en un cartel de una feria referida al canje de puntos.

A. El logro conseguido

El **56%** respondió 3 carritos (alternativa b), mostrando que pueden asociar a un número la cantidad de grupos de 10 que lo componen, a partir de la interpretación de la información del cartel. Se obtiene esta respuesta por diversos caminos. Algunos de ellos pudieron ser:

Usan relaciones en el SND.

En 35 hay 3 decenas, entonces se canjean 3 carritos.



Primero, descomponen:
 $35 = 3$ decenas y 5 unidades

Luego, relacionan 1 decena con 10 puntos, de la siguiente manera:



Finalmente, observan que pueden canjear hasta 3 carritos.

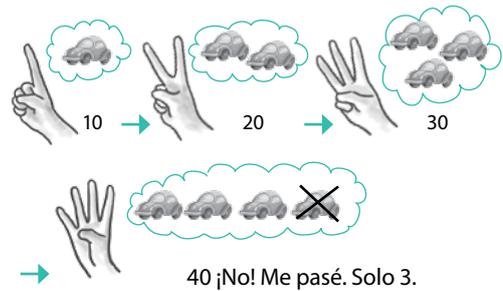
Se observa que los estudiantes emplean relaciones en el Sistema de Numeración Decimal al identificar la equivalencia entre 1 decena y 10 unidades.

Usan el conteo de diez en diez.

Cuento de 10 en 10 y sé la respuesta.



Primero, cuentan de 10 en 10 con apoyo de los dedos y asocian un carrito a cada 10.



Luego, pueden canjear hasta 3 carritos.

Estos estudiantes logran resolver la pregunta, empleando el conteo de 10 en 10, mostrando que tienen un manejo intuitivo de la decena.

B. Las dificultades que persisten

Para explicar las dificultades, analizaremos cómo pudieron proceder los estudiantes que marcaron las alternativas incorrectas.

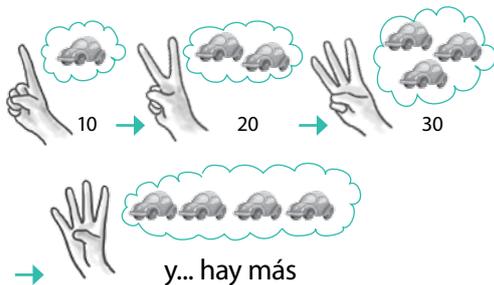
? Cuentan de 10 en 10.

De 10 en 10 llego a saber cuántos carritos.



El **14%** respondió 4 carritos (alternativa a). Los estudiantes pudieron llegar a esta respuesta realizando el siguiente procedimiento:

✓ Cuentan de 10 en 10 para formar el número. Luego, a cada 10 le hacen corresponder un carrito.



También hacen corresponder un carrito a los 5 puntos restantes.

✓ Finalmente, cuentan los carritos y obtienen 4.

Como vemos, en este caso, los estudiantes descomponen un número en grupos de 10, pero lo realizan para cantidades exactas (10, 20, 30, 40,...). Por ello, no admiten elementos sueltos, conformando con estos un grupo más.

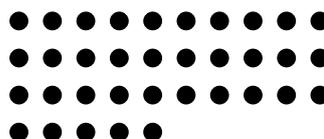
? Cuentan en unidades.

Cuento y obtengo la respuesta.

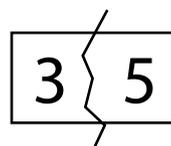
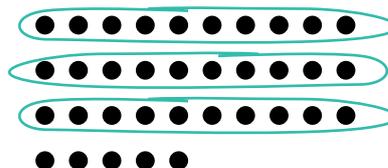


El **28%** respondió 35 carritos (alternativa c). Posiblemente, estos estudiantes realizaron lo siguiente:

✓ Primero, representan los 35 puntos que tienen:



✓ Después, encierran grupos de 10, según el dato del problema "10 puntos" y vuelven a componer el número 35.



✓ Luego, responden 35 carritos.

Aquí, los estudiantes solo cuentan en unidades, a pesar de que en el proceso forman grupos de 10. Estos estudiantes, probablemente, no pueden descomponer el número en decenas y unidades.

C. Las posibles causas de estas dificultades

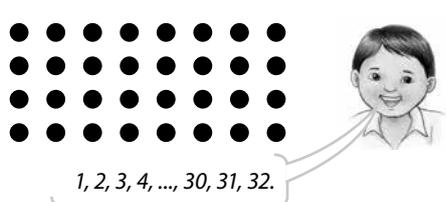
- > Los docentes, con frecuencia, pedimos a nuestros estudiantes expresar la cantidad total en unidades y no damos oportunidades para contar en grupos, en especial, grupos de 10. Por ello, los estudiantes solo cuentan en unidades, desconociendo que también pueden contar en pares, en grupos de 3, en grupos de 10, etc.

Por ejemplo, pedimos contar la cantidad total en unidades: ¿cuántos estudiantes hay en el salón?

Podemos preguntar también por el total en otras unidades: ¿cuántas parejas de trabajo habrán en total?, ¿cuántos grupos de 10 o decenas de estudiantes hay en el salón? (Para esto no necesitan estar agrupados de a 10).

- > Pasamos, muy rápido, del conteo de unidades a la representación en el tablero de valor posicional. Esto hace que los estudiantes “distribuyan”, mecánicamente, las cifras de un número en ese tablero sin saber qué representan.

1.º Cuenta las bolitas.



1, 2, 3, 4, ..., 30, 31, 32.

2.º Completa el tablero de valor posicional: una cifra en cada casillero.

D	U
3	2



32 se descompone en 3 decenas y 2 unidades.

El estudiante no experimenta reuniendo (gráfica o mentalmente) grupos de 10 ni contándolos como distintos de los objetos no agrupados. De esta forma, en el ejemplo anterior, puede confundir el lugar que ocupa el 2 con la cantidad de unidades que tiene el número 32. Este error lo puede llevar a concluir que, por ejemplo:

- 32 tiene solo 3 decenas y 2 unidades, sin distinguir que 32 también tiene 32 unidades.
- 132 tiene solo 1 centena, 3 decenas y 2 unidades, no distinguirá que 132 tiene 13 decenas y también que 132 tiene 132 unidades.

En el Cuestionario al Docente⁴, al preguntar sobre cómo se verifica la comprensión de la decena en los estudiantes, 9 de cada 10 docentes señalan que el uso del tablero de valor posicional es un procedimiento conveniente para ese propósito. Esto, confirma que se otorga mucha importancia al uso del tablero posicional y conlleva a un descuido en el tratamiento de la base conceptual del Sistema de Numeración Decimal.

Unido a ello, en el afán de construir nuevos aprendizajes, se manifiestan “nuevas” dificultades de los estudiantes que no son diagnosticadas en su esencia sino de manera superficial.

⁴ En el año 2013, simultáneamente a la ECE se aplicó un cuestionario a los docentes de segundo grado.

Por ejemplo, tomemos el siguiente ítem del Cuestionario al Docente:

Una profesora revisa las pruebas de sus estudiantes y encuentra que tres de ellos se equivocaron al sumar:

Fernando	Pedro	Marcela
$17 + 15$  22	$18 + 24$  312	$12 + 18$  20

¿Qué estudiantes cometieron el mismo error?

- a. Fernando, Pedro y Marcela.
- b. Fernando y Pedro.
- c. Fernando y Marcela.
- e. Pedro y Marcela.

Fernando, Pedro y Marcela cometen errores relacionados al canje de las unidades por decenas. Pedro suma las decenas, suma las unidades y escribe los resultados uno a continuación de otro. Pedro ignora cómo formar unidades de orden superior y forma números uniendo decenas y unidades como valores independientes.

Por otro lado, Fernando y Marcela agrupan en decenas la suma de unidades, pero no cuentan la decena formada en su respectivo orden, al parecer no la consideran como tal.

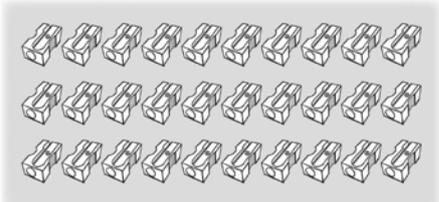
El 57% de docentes indicó correctamente que Fernando y Marcela cometieron el mismo error, sin embargo el 32% no caracterizan debidamente los errores de los tres niños, considerando todos los errores por igual.

Al no hacer el diagnóstico adecuado del error y diferenciar el caso de Pedro, podemos enfatizar en el manejo de reglas procedimentales por ejercitación que podría ayudar a Fernando y Marcela, pero que no ayudaría a Pedro, pues él necesita aun más apoyo en la construcción conceptual de la decena.

5.1.3 Expresar cantidades mayores que 10, utilizando decenas

Analicemos logros y dificultades mediante la siguiente pregunta:

En la figura, ¿cuántos tajadores hay en total?



a 30 decenas de tajadores.
 b 10 decenas de tajadores.
 c 3 decenas de tajadores.

Por encima del Nivel Satisfactorio

En esta pregunta, el estudiante debe contar el total de elementos de una colección mostrada gráficamente y expresar su respuesta en decenas.

Aun cuando esta pregunta no es requisito para ubicarse en el Nivel Satisfactorio, es importante que los estudiantes puedan expresar números en sus diversas equivalencias, de manera espontánea.

A. El logro conseguido

El **27%** marcó la respuesta 3 decenas de tajadores (alternativa c), demostrando que puede establecer la relación entre unidades y decenas. Para responder cuántos tajadores hay en total, posiblemente, procedieron de una de estas formas:

 **Usan relaciones en el SND.**

30 equivale a 3 decenas. 

- ✓ Primero, interpretan que el objetivo era hallar cuántos tajadores, en total, hay en la figura.
- ✓ Luego, cuentan los tajadores, 1 por 1, obteniendo 30 unidades.
- ✓ Después, al revisar las alternativas, observan que las respuestas están expresadas en decenas.



Hay 30 tajadores, entonces, hay 3 decenas de tajadores. 

- ✓ Al final, encuentran la equivalencia entre unidades y decenas, concluyendo que 30 unidades equivale a 3 decenas.

En este caso, los estudiantes muestran una comprensión adecuada del número al identificar, con fluidez, la equivalencia entre unidades y decenas.

 **Usan el conteo de decena en decena.**

Hay 30. ¡Pero debo volver a contar porque me piden en decenas! 

- ✓ Primero, interpretan que el objetivo era hallar cuántos tajadores, en total, hay en la figura.
- ✓ Después, cuentan los tajadores, 1 por 1, obteniendo 30 unidades.
- ✓ Luego, al revisar las alternativas, observan que las respuestas están expresadas en decenas.

Hay 30, pero tengo que ver cuántas decenas hay... 

- ✓ Entonces, asocian cada grupo de 10 tajadores con 1 decena.



- ✓ Finalmente, cuentan las decenas y obtienen 3 decenas.

Aquí, a pesar de resolver de manera adecuada la pregunta, los estudiantes muestran que aún no coordinan la equivalencia entre unidades y decenas y, tienen que regresar al conteo, esta vez, en decenas.

B. Las dificultades que persisten

El **68 %** marcó como respuesta 30 decenas de tajadores (alternativa a).

Para llegar a esa respuesta, posiblemente, los estudiantes pudieron proceder de alguno de estos modos:

? Atienden únicamente al número, sin considerar las unidades en las que se expresa.

*Hay 30.
Debo buscar en las alternativas dónde dice 30.*



✓ Cuentan los tajadores, 1 por 1 y obtienen 30 unidades.

✓ Luego, buscan el número hallado en las alternativas, prestando atención solo al número 30 y no a la unidad que lo acompaña (decena o unidad).

✓ Finalmente, responden erróneamente: 30 decenas de tajadores.

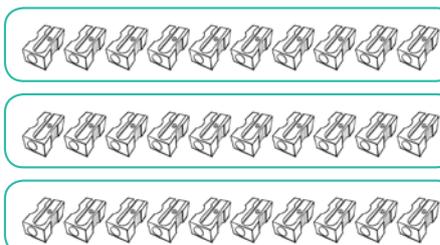
Como vemos, estos estudiantes estarían realizando un proceso automático al responder la pregunta, pues no interpretan la “unidad” –unidades o decenas– en la que dan su respuesta. Ellos tienen su atención centrada en el dato numérico.

? Agrupan los tajadores de 10 en 10.

*Hay 3 grupos de 10.
Entonces, son 30
tajadores.*



✓ Agrupan los tajadores de 10 en 10.



Hay 3 grupos de 10.



✓ Identifican que hay exactamente 3 grupos de 10; luego, cuentan de 10 en 10: 10, 20, 30.

✓ Al final, determinan que hay 30 tajadores y, de manera similar al caso anterior, buscan en las alternativas su respuesta, pero no dan importancia a la unidad en la que está expresada.

Este grupo de estudiantes identifica grupos de 10, pero es probable que solo lo hagan como parte del procedimiento para el conteo, sin concluir que se trata de una “nueva unidad”. Al final, interpretan la cantidad solo en términos de unidades.

C. Las posibles causas de estas dificultades

Con frecuencia, al realizar actividades de conteo, solemos solicitar que la respuesta sea dada en un solo tipo de unidades, generalmente "unidades de 1", como lápices, flores, galletas, etc. Pocas veces, empleamos unidades colectivas como cajas de lápices de colores, ramos de flores, paquetes de galletas, entre otros.

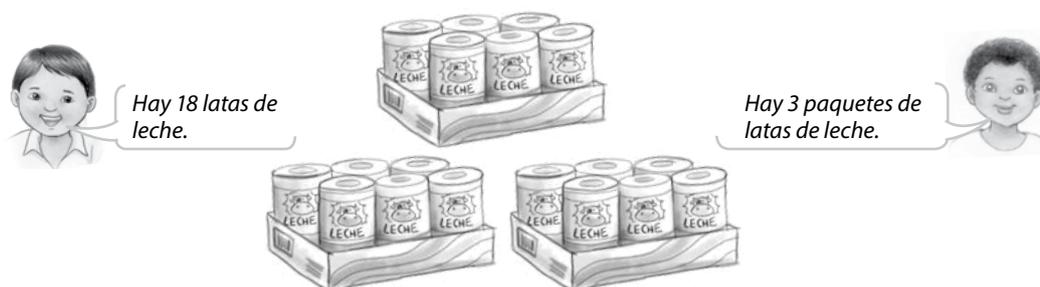
Asimismo, cuando solicitamos el conteo nos conformamos solo con el número y no damos suficiente importancia a la unidad en la que se ha realizado, asumiendo que se trata de la unidad en la que hemos realizado la pregunta. Para dar el resultado, empleamos un solo tipo de unidad y no expresiones equivalentes usando otras unidades. Por ejemplo: podríamos expresar cierta cantidad de flores como cantidad de flores sueltas, pero también, como ramos con la misma cantidad de flores.

Recomendaciones para mejorar

La enseñanza, en general, no se puede reducir a recetas o a programas que podemos aplicar. Por ello, es importante que constantemente nos preguntemos y busquemos indicios sobre las nociones, los conceptos y los procedimientos que nuestros estudiantes van construyendo.

A continuación, damos algunas recomendaciones que nos pueden ayudar para lograr una mejor comprensión del Sistema de Numeración Decimal.

- > Proponga situaciones que permitan a los estudiantes contar en distintas unidades. Por ejemplo, situaciones en las que el estudiante pueda contar en unidades sueltas (como latas de leche) o contar en otras agrupaciones (como paquetes de latas de leche).



- > Indague sobre la forma en que los estudiantes están comprendiendo la decena. En algunos casos, pueden haber deducido erróneamente que una decena siempre debe estar representada mediante 10 cosas "juntas". Es decir, pueden pensar que la decena debe estar en paquetes, cajas, bolsas o barras de 10 elementos. En este caso, será necesario que comprendan que aun cuando los elementos estén separados, sin conformar "paquetes", se pueden formar decenas.

- > Propicie diversas representaciones de la decena.

Por ejemplo, puede hacerse que un pallar represente a 10 frejoles y luego trabajar distintas representaciones de un mismo número, usando pallares y frejoles (y también solo frejoles). En este ejemplo, el pallar representa a la nueva unidad (la decena) y es, visiblemente, distinta a los frejoles (unidades).

- > Favorezca el uso de las equivalencias convencionales y no convencionales por parte de los estudiantes.

Por ejemplo, represente el número 57 empleando el material Base Diez. Puede hacerlo de distintas formas. Algunas de ellas son:

- con 5 barras de decena y 7 cubitos de unidades
- con 4 barras de decena y 17 cubitos de unidades
- con 3 barras de decena y 27 cubitos de unidades

Esto ayudará a que los estudiantes comprendan representaciones equivalentes del número 57.

5.2 Logros y dificultades referidas a la construcción del significado y uso de las operaciones en problemas referidos a agregar-quitar, juntar-separar, comparar e igualar

En segundo grado (7-8 años) también se espera que los estudiantes resuelvan problemas referidos a situaciones cercanas a su experiencia y que correspondan a diversos usos y significados de las operaciones de adición y sustracción, tales como⁵:

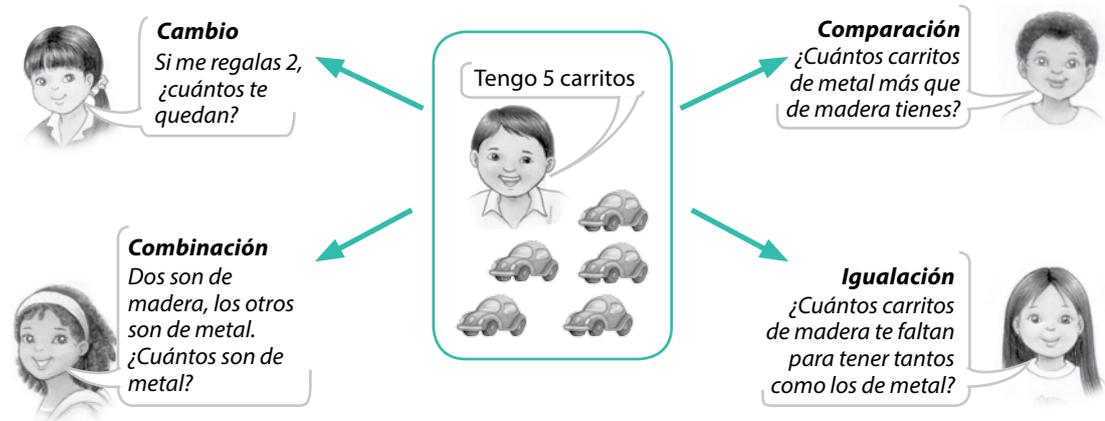
- > Agregar-quitar: en estos problemas se describe el cambio que sufre una cantidad en el tiempo. Se conocen como problemas de cambio.
- > Juntar-separar: en estos problemas se presentan cantidades parciales de un total. Se conocen como problemas de combinación.
- > Comparar: en estos problemas se expresa una relación de comparación entre dos cantidades que involucran cuantificar la diferencia entre ellas. Se conocen como problemas de comparación.
- > Igualar: en estos problemas se expresa el exceso o faltante de una cantidad respecto de otra. Se conocen como problemas de igualación.

En esta clasificación de los problemas de estructura aditiva⁶ se trabajan, simultáneamente, la adición y la sustracción, puesto que no existe una correspondencia entre una determinada operación y el significado abordado. Esta clasificación de los problemas nos permitirá diseñar o elegir los problemas que trabajarán los estudiantes, sin embargo, no es conveniente que ellos distingan las clases de problemas que resuelven.

⁵ Esta clasificación corresponde a los problemas aritméticos de estructura verbal, PAEV. Existen otras clasificaciones igualmente importantes.

⁶ Los problemas de estructura aditiva se refieren a aquellos problemas que expresan una relación de adición o sustracción en una situación determinada. Esta relación está influenciada por expresiones lingüísticas y semánticas.

Veamos los siguientes problemas que ejemplifican esta clasificación:



Para resolver estos problemas, los estudiantes deben comprenderlos, usar una variedad de estrategias (gráficos, simulaciones, conteos, operaciones, entre otros) y analizar el sentido de su respuesta.

Los resultados de la ECE 2013 nos muestran cuáles son los logros y las dificultades que nuestros estudiantes tienen en relación con la resolución de estos problemas.

5.2.1 Resolver problemas que implican juntar-separar cantidades (combinación)

Analicemos los logros y las dificultades a través de la siguiente pregunta:

Observa la cantidad de plantas sembradas por estas personas:

Liliana	
Beto	
Miriam	
Ernesto	

Cada es una planta.

¿Cuántas plantas sembraron las mujeres en total?

a) 7 plantas.
 b) 5 plantas.
 c) 14 plantas.

Nivel En Proceso

En esta pregunta, el estudiante debe resolver un problema asociado al significado de la acción de "juntar" en una situación que presenta la información en un pictograma.

Esto exige:

- > Comprender que la situación trata de la cantidad de plantas sembradas por personas de distinto sexo e identificar que se pide encontrar el total de plantas sembradas solo por las mujeres.
- > Interpretar los datos presentados en el pictograma: la cantidad de plantas sembradas por las mujeres y el sentido de la leyenda, que, en este caso, indica que el valor del ícono es 1.
- > Aplicar una estrategia que le dé solución.
- > Reflexionar si la respuesta es coherente con lo pedido, preguntándose, por ejemplo, si ha considerado a todas las mujeres que hay en el gráfico.

A. El logro conseguido

El **75%** respondió adecuadamente 7 plantas (alternativa a). Ellos pueden resolver situaciones que involucran acciones de juntar cantidades a partir de un gráfico estadístico llamado pictograma. Para resolver esta pregunta, es posible que los estudiantes hayan seguido este procedimiento:



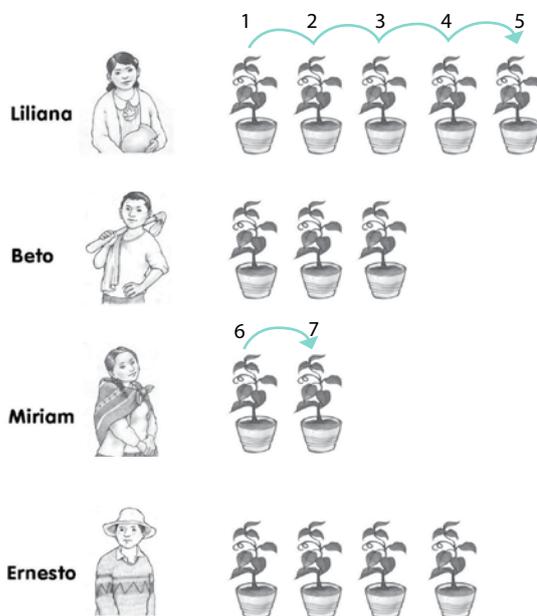
Juntan cantidades pertinentes para hallar un total.

Cuento lo de las mujeres y sé el total.



- ✓ Primero, identifican que la pregunta se refiere solo a las mujeres y reconocen que son Liliana y Miriam.
- ✓ Después, interpretan los datos del pictograma, identificando cuántas plantas sembró cada una de ellas.
- ✓ Luego, juntan estas dos cantidades a través de un conteo de íconos o de una suma de cantidades.

Por conteo



Usando algoritmos

$$\begin{array}{r} 5 + \\ \underline{2} \\ 7 \end{array}$$

Cada es una planta.

- ✓ Al final, responden que las mujeres sembraron 7 plantas.

B. Las dificultades que persisten

? Se guían por la forma en que se presenta la información.

Yo sé resolverlo, es la que sembró más. Liliana sembró más y la respuesta es 5 plantas.



El **10%** respondió 5 plantas (alternativa b).

Probablemente los estudiantes:

- ✓ Cuentan la cantidad de plantas que sembró cada persona.
 - ✓ Luego, pueden escoger quién sembró más plantas y señalan que "es Liliana y sembró 5 plantas".
- O quizás:
- ✓ Cuentan el número de plantas sembradas por cada persona.
 - ✓ Al final, escogen la mayor cantidad solo entre las mujeres, Liliana 5 y Miriam 2, respondiendo 5 plantas.

En estas dos situaciones, se observa que los estudiantes no interpretan globalmente la situación planteada y proceden, de manera mecánica, respondiendo quién sembró más y cuánto sembró. En el primer caso no importa si es hombre o mujer, solo busca dónde hay más. En el segundo caso, avanza en distinguir a las mujeres, pero luego busca dónde hay más.

? Deciden su estrategia atendiendo a la frase clave.

Aquí dice: "sembraron... en total", por lo tanto sumo todo y sale 14 plantas.



El **14%** respondió 14 plantas (alternativa c).

Es posible que realicen lo siguiente:

- ✓ Se guían por la frase clave en la pregunta: *¿cuántas plantas sembraron las mujeres **en total**?* Por lo que asocian el total como la suma de toda la información numérica, sin diferenciar mujeres y hombres.
- ✓ Luego, responden que la cantidad total de plantas sembradas es 14.

En este caso, se observa que los estudiantes no llegan a comprender el problema. La interpretación se ve interferida por atender solo a una frase del problema.

C. Las posibles causas de estas dificultades

Como ya se dijo, muchas de estas "reglas" no son dadas por el profesor de manera explícita, es decir, él no las declara en clase. Sin embargo, las reiteradas prácticas en aula, en los cuadernos, en las tareas, involucran ejercicios con similares características en su proceso de resolución, por tanto, el estudiante crea su propia regla y la generaliza sin advertir que se trata de una verdad que se cumple momentáneamente, pero que no se puede generalizar para todos los casos.

Así tenemos que:

- > Es probable que toda experiencia previa del estudiante, al trabajar con tablas y gráficos estadísticos, se haya centrado en encontrar dónde hay más elementos. Esto hace que al enfrentar preguntas como estas, identifique el formato de tabla o gráfico e inmediatamente se imagine la pregunta y respuesta de manera similar a lo que siempre se le ha presentado en clase, en forma casi automática.
- > En la práctica diaria vemos que hay acciones que se generalizan a partir del uso reiterado de las mismas expresiones, a las que les llamamos **palabras o frases clave**. Esto es el caso de:
 - “Más”, lo asocian a sumar.
 - “Menos”, lo asocian a restar.
 - “En total”, lo asocian a sumar.
 - “Regalar”, lo asocian a restar.

Reconocer estas palabras en los problemas propuestos y asociarlas a una determinada operación, hace que el estudiante trabaje mecánicamente y sin detenerse en comprender el problema.

5.2.2 Resolver problemas que implican agregar-quitar cantidades (cambio)

Analicemos logros y dificultades a través de la siguiente pregunta.

Marcelo tenía 25 crayolas y 13 plumones.
Luego regaló 5 crayolas. ¿Cuántas crayolas tiene ahora?

a) 20 crayolas.

b) 33 crayolas.

c) 43 crayolas.

En esta pregunta, el estudiante debe resolver un problema asociado al significado de la acción de “quitar” en una situación que, además, se presenta con información numérica que no es útil.

Nivel Satisfactorio

Esto exige:

- > Identificar que aunque hay 2 cantidades distintas (25 y 13) de objetos diferentes (crayolas y plumones), la pregunta planteada exige dar atención al cambio ocurrido en solo una de ellas (crayolas).
- > Interpretar que el problema implica una disminución de la cantidad inicial y, por lo tanto, el procedimiento a seguir debe evidenciar esa disminución.
- > Calcular la disminución utilizando alguna estrategia: gráficos, algoritmos, cálculo mental, etc.
- > Considerar si la respuesta no contradice las condiciones planteadas en el problema; por ejemplo, la cantidad restante de crayolas que se obtenga, en ningún caso, debería ser mayor que las 25 crayolas iniciales.

A. El logro conseguido

El **67%** respondió 20 crayolas (alternativa a), mostrando que pueden hallar la cantidad asociada a una situación de disminución, aun cuando hay información numérica adicional, no útil. Los estudiantes obtienen esta respuesta por diversos caminos, entre ellos, algunos podían ser:



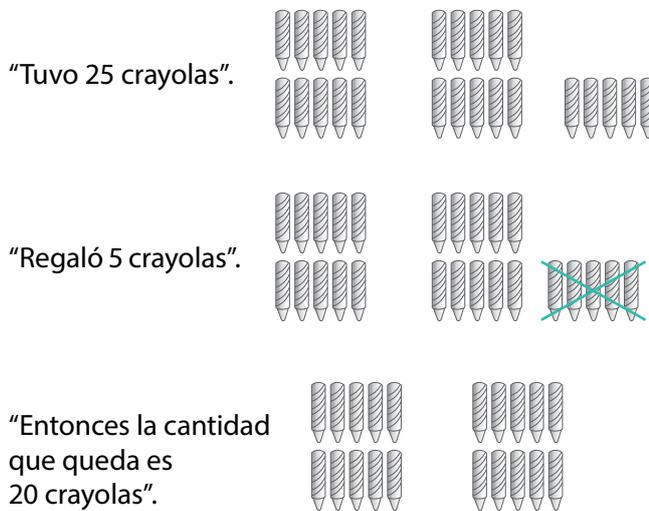
Usan diversas estrategias.

Para saber la cantidad de crayolas que quedan puedo hacer gráficos o restar.



- ✓ Primero, interpretan que deben averiguar la cantidad final de crayolas, luego de que se regalan algunas de estas.
- ✓ Luego, interpretan el problema como una disminución de las crayolas.
- ✓ Después, calculan la diferencia utilizando diferentes procedimientos.

Utilizando gráficos



Utilizando algoritmos

$$\begin{array}{r} 25 - \\ \underline{5} \\ 20 \end{array}$$

Como el objetivo es hallar la cantidad final de crayolas, estos estudiantes comprenden que hay que atender al cambio solo en las crayolas, siendo innecesaria la información acerca de la cantidad de plumones. Asimismo, consideran que el problema alude a una disminución de la cantidad de crayolas que tuvo Marcelo. Ellos pueden usar diferentes estrategias para resolverlo.

B. Las dificultades que persisten

? Usan toda la información numérica.

Hum... debo usar todos los datos. Sumo todo lo que tiene Marcelo y le resto 5. La respuesta es 33 crayolas.



El **14%** respondió 33 crayolas (alternativa b). Tal respuesta posiblemente ocurre porque:

- ✓ Tienen imprecisión en interpretar la pregunta del problema, lo cual le impide concentrarse en el cambio referido solo en la cantidad de crayolas.
- ✓ Después, adicionan las cantidades 25 y 13, malinterpretando la información del problema que no refiere ni pregunta acerca de la cantidad total de ambas clases de objetos.
- ✓ Al final, interpretan la acción de regalar como disminución y obtienen la diferencia entre 38 y 5, tomando 33 como respuesta.

Ante una situación de cambio (debido a la acción de regalar), donde se pide averiguar la cantidad final de solo uno de dos objetos, estos estudiantes cometen el error de acumular las cantidades de los dos tipos de objetos.

? Suman toda la información numérica.

Sumo todos los datos y sale 43 crayolas. ¡Qué fácil!



El **15%** respondió 43 crayolas (alternativa c) que posiblemente obtienen del siguiente modo:

- ✓ Asocian la situación con la acumulación de todos los datos numéricos, ignorando que se pide averiguar la cantidad resultante de solo uno de ellos y, además, interpretan erróneamente la acción de regalar como "le regalan".
- ✓ Luego, adicionan los valores 25, 13 y 5, y dan como respuesta 43 crayolas.

Es posible que estos estudiantes consideren que al resolver situaciones aditivas, siempre se suman todos los datos numéricos presentes en el enunciado.

C. Las posibles causas de estas dificultades

Es frecuente en nuestra práctica docente:

- > Limitarnos al tratamiento de problemas en los que todos los datos siempre serán utilizados. En consecuencia, los estudiantes asumen automáticamente que siempre debe considerarse toda la información numérica del enunciado.
- > En la vida diaria es común enfrentar situaciones problemáticas en contextos con gran cantidad de información numérica de distinta naturaleza. Por ejemplo, al comprar un paquete de galletas, se tiene la cantidad de galletas que vienen, el peso del paquete, la fecha de vencimiento, el precio del paquete, entre otros. Sin embargo, en la vida real solo consideramos aquellos datos que son relevantes para el objetivo que se quiere alcanzar. De este modo, al resolver problemas escolares, este tipo de práctica refuerza la creencia de que todos los datos se usan. Se abre, así, una brecha innecesaria entre el conocimiento escolar y el conocimiento cotidiano.

- > Proponer y resolver bloques de problemas categorizados según la operación involucrada, por ejemplo, “problemas de suma” o “problemas de resta”⁷. Ante una reiterada vivencia de esta situación, los estudiantes tienden a proceder mecánicamente y aplicar la operación que se viene trabajando. Se limita así, el desarrollo de su capacidad de interpretar una situación problemática a partir del análisis de las relaciones indicadas en el enunciado del problema.
- > Restringir la resolución de problemas a encontrar la respuesta y no reflexionar con nuestros estudiantes la solución obtenida. Esto podría originar que:
 - Los estudiantes asuman que el problema termina cuando encuentran la respuesta, perdiendo la oportunidad de revisar y reflexionar sobre ella. Así, en el problema presentado, si la respuesta obtenida es 33 o 43 crayolas, podrían preguntarse: ¿será posible que Marcelo tenga ahora más crayolas si al principio tenía 25 crayolas y regaló 5?
 - Los estudiantes pierdan otras posibilidades de aprendizaje a partir de la tarea efectuada, como formular nuevas preguntas para crear otros problemas. Así, en el mismo problema, los estudiantes podrían cambiar la pregunta por: ¿cuántos útiles tiene ahora Marcelo? ¿Cuántos útiles tenía Marcelo al principio? Ahora, ¿qué tiene más, lápices o crayolas?

La experiencia escolar orientada, únicamente, a obtener una respuesta o la simple verificación de ella, que pudo ser válida en la resolución de ejercicios o algoritmos sencillos, se muestra inadecuada para la resolución de problemas.

5.2.3 Resolver problemas que implican comparar dos cantidades (comparación)

Analicemos logros y dificultades mediante la siguiente pregunta:

La profesora tiene 8 lápices y 6 borradores. Observa:



lápices

borradores

¿Cuántos lápices más que borradores tiene la profesora?

a) 14 lápices.

b) 8 lápices.

c) 2 lápices.

Nivel Satisfactorio

El problema presentado atiende a una situación aditiva asociada al significado de la acción de comparar, con información en soporte gráfico.

En él, el estudiante debe:

- > Comprender que se trata de comparar la cantidad de lápices y borradores, y, hallar la diferencia.
- > Identificar la cantidad de lápices y borradores.

⁷ En el Cuestionario al Docente, se enuncia un problema y se plantea: “¿Qué pregunta puede hacer la profesora para orientar a sus estudiantes en la comprensión del problema?”. Aproximadamente 4 de cada 10 docentes eligieron como respuesta: “¿Es una pregunta de suma o de resta?”. Este es un indicio de esta práctica en nuestra labor docente

- > Establecer y aplicar su estrategia de resolución.
- > Reflexionar sobre su respuesta en coherencia con la situación planteada.

A. El logro conseguido

El **45%** respondió 2 lápices (alternativa c), mostrando que pueden comprender la situación, identificar los datos que se van a comparar y diseñar la estrategia para hallar la diferencia entre ambas cantidades. Este resultado, generalmente se obtiene realizando el siguiente proceso:



Comprenden la relación de comparación que sugiere el problema.

Se refiere a saber en cuánto superan los lápices a los borradores.



Primero, observan el gráfico presentado e interpretan el problema como hallar la ventaja que tienen los lápices sobre los borradores.



Luego, cuentan los lápices (8) y cuentan los borradores (6).



Al final, hallan la diferencia de la cantidad de lápices y borradores mediante una sustracción, por completamiento, por comparación 1 a 1, o mediante otra estrategia.



*Yo resto:
 $8 - 6 = 2$.*



Hay 6 borradores. 7, 8 y alcanzo a los lápices. Entonces, hay 2 lápices más.



Voy a unir cada lápiz con su borrador. Sobran 2 lápices. ¡La respuesta es 2!

Para los estudiantes que resuelven esta pregunta, la relación comparativa es entendida en su correcto significado de hallar la diferencia entre dos cantidades.

B. Las dificultades que persisten

? Entienden "más que" como sumar.

"Más" se refiere a sumar y hallar el total de objetos que hay.



El **26%** respondió 14 lápices (alternativa a). Estos estudiantes, posiblemente, realizan lo siguiente:

- ✓ Centran su atención en la palabra "más" y la interpretan como sumar o hallar el total de objetos entre lápices y borradores.
- ✓ Luego, cuentan los lápices (8) y cuentan los borradores (6).
- ✓ Finalmente, suman ambos datos y obtienen 14.

Este grupo entiende erróneamente la palabra "más" en la expresión "más que". Se piensa que "más" significa "juntar y obtener el total". A partir de allí, la estrategia es coherente con esta idea, pero incorrecta ante la situación presentada. Además, el estudiante no advierte que las alternativas están dadas en cantidad de lápices y no como útiles escolares.

? Entienden "más que" como el mayor.

"Más" se refiere al que tiene más o mayor cantidad.



El **26%** respondió 8 lápices (alternativa b). El proceso seguido, probablemente, es el siguiente:

- ✓ Interpretan "más" como una comparación que le pide hallar el objeto que hay en mayor cantidad o del que tiene más.
- ✓ Después, cuentan los lápices (8) y cuentan los borradores (6).
- ✓ Finalmente, identifican que los lápices son más y responden 8 lápices.

Este grupo de estudiantes tiene dificultad al interpretar lo que pide el problema. En este proceso, interfiere el sentido de la palabra "más" que es relacionada erróneamente como "encontrar el mayor" o "del que hay más". A partir de allí, la estrategia es coherente con esta idea, pero incorrecta ante el problema presentado.

C. Las posibles causas de estas dificultades

Es probable que en nuestra práctica docente presentemos, frecuentemente, problemas que tienen:

- > Un uso limitado del significado de la palabra “más”. En la mayoría de problemas que los estudiantes resuelven, “más” solo hace referencia a la idea de juntar, unir y obtener la suma, orientándose al cálculo inmediato. Esto impide que el estudiante reflexione sobre la situación sin percatarse de que no es suficiente destacar la palabra “más”, sino centrarse en el sentido de ésta, que es más amplio y permite el establecimiento de relaciones, como en las expresiones “hay más lápices” o “hay 2 lápices más que borradores”.
- > Ausencia del uso de representaciones gráficas o esquemáticas como parte de los procedimientos de solución de un problema. Por ello, el estudiante no interpreta el dibujo presentado ni la diferencia por medio del gráfico.

5.2.4 Resolver problemas de varias etapas

Analicemos logros y dificultades mediante la siguiente pregunta:

Lee la lista de precios y responde:
¿Cuánto cuesta comprar dos botellas de aceite, una botella de gaseosa y una lata de atún?

Lista de precios

Botella de aceite..... S/. 6
 Tarro de leche..... S/. 2
 Lata de atún..... S/. 4
 Bolsa de fideos..... S/. 3
 Botella de gaseosa... S/. 1

a) S/. 11

b) S/. 16

c) S/. 17

Nivel Satisfactorio

El problema presentado atiende a una situación aditiva de varias etapas, con información adicional presentada en una lista de precios.

En él, el estudiante debe:

- > Comprender la situación de compra.
- > Reconocer que se busca el costo total de una compra.
- > Identificar la cantidad y el precio de los artículos comprados.
- > Establecer una estrategia y aplicarla para resolver la situación.
- > Reflexionar sobre su respuesta.

A. El logro conseguido

El **51%** respondió S/. 17 (alternativa c), mostrando que pueden comprender la situación, identificar los datos en la información presentada y diseñar la estrategia para determinar el costo de la compra realizada. Este resultado, probablemente, se obtiene realizando el siguiente proceso:



Reconocen lo que se pide en el problema e interpretan cuidadosamente los datos.

¿Cuánto debo pagar si compro
2 aceites, una gaseosa y un atún?



- ✓ Primero, interpretan que deben hallar el costo de la compra de varios artículos.
- ✓ Luego, identifican los artículos comprados y sus precios en la lista:

aceite → S/. 6
gaseosa → S/. 1
atún → S/. 4

Notan que hay “dos botellas de aceite” y que, por lo tanto, deben repetir dos veces el precio S/. 6 en la cuenta total.
- ✓ Después, obtienen el monto total de la compra usando diversas estrategias: sumando con algoritmos ($6 + 6 + 1 + 4 = 17$), por conteo, descomponiendo, entre otros.
- ✓ Al final, podrían comprobar la respuesta confirmando que cada sumando corresponde al precio de un producto y verificando la suma.

Estos estudiantes tienen claridad acerca de lo que trata el problema, identifican con precisión los datos e interpretan “dos” en “dos botellas de aceite”, repitiendo el precio del aceite dos veces en la suma.

B. Las dificultades que persisten

? Saben lo que se pide en el problema pero interpretan en forma limitada los datos.

Sé resolverlo, sumo los precios del aceite, la gaseosa y el atún.



El **25%** respondió S/. 11 (alternativa a). Para hallar esta respuesta, posiblemente, realizan el siguiente proceso:

- ✓ Interpretan que deben hallar el costo de una compra de varios artículos.
- ✓ Después, identifican los artículos comprados y sus precios en la lista: aceite, gaseosa y atún, ignorando que las botellas de aceite son “dos”.
- ✓ Finalmente, calculan la suma de los precios de lo comprado, según lo interpretado: contando con los dedos, gráficamente, con algoritmos ($6 + 1 + 4 = 11$), etc.

Estos estudiantes tienen dificultad en identificar la cantidad de botellas de aceite, tal vez, porque el dato “dos” está en palabras, por una cuantificación inadecuada o porque no trasladan el significado “dos” al precio que se debe considerar en la cuenta total.

? No comprenden lo que pide el problema ni interpretan la información.

Ya sé, debo sumar todos los precios de la lista.



El **21%** respondió S/. 16 (alternativa b). Estos estudiantes, probablemente, realizan lo siguiente:

- ✓ Comprenden que se le pide hallar el costo total, pero no tienen claro si se trata de algunos artículos o de todos.
- ✓ Luego, aplican la estrategia de sumar todos los datos numéricos de la pizarra, obteniendo una suma correcta que es 16.

Este grupo de estudiantes comprende que la tarea es hallar el costo total de la compra de todos los artículos sin darse cuenta que solo se refiere a algunos de ellos. A partir de allí, aplica una estrategia que le ha dado éxito en problemas anteriores, pero que no corresponde en esta ocasión.

C. Las posibles causas de estas dificultades

- > Usualmente, presentamos problemas donde los datos solo se emplean una única vez. Entonces, el estudiante está acostumbrado a ello y no sabe cómo resolver una situación en la que se requiere del uso repetido de un dato.

Por ejemplo: "Rosa tiene 3 lapiceros azules y 2 lapiceros rojos. Si Sara tiene la misma cantidad de lapiceros azules que Rosa, ¿cuántos lapiceros azules tienen Rosa y Sara juntas?"

- > Con frecuencia, creemos que si presentamos un problema que implique la suma repetida de un dato, entonces, se refiere a multiplicación y, por tanto, no lo presentamos porque pensamos que el estudiante no está preparado para resolverlo si solo conoce la adición.

Por ejemplo: "Rosa tiene 3 lapiceros azules y 2 lapiceros rojos. Luis y Jorge tienen cada uno la misma cantidad de lapiceros azules que Rosa. ¿Cuántos lapiceros azules tienen Rosa, Luis y Jorge juntos?"

- > Generalmente, valoramos más la prontitud con que dan sus respuestas al problema. Por ello, probablemente, el estudiante no profundiza en la comprensión de la tarea, ni se asegura de tener claridad respecto de lo que se le pide. Su preocupación está en culminar la tarea lo más pronto posible.

Recomendaciones para mejorar

Las experiencias de resolución de problemas que brindamos a los estudiantes, además de desarrollar capacidades, nos permiten identificar las ideas que están formando en relación con los significados de las operaciones y con las estrategias que disponen para resolverlos.

A continuación, le damos algunas recomendaciones que nos pueden ayudar para lograr una mejor comprensión de los problemas.

- > La comprensión de un problema va más allá de relacionar palabras con operaciones, por ello, proponga problemas en diversos contextos que lleven a los estudiantes a prescindir de las asociaciones entre la palabra o frase clave y la operación, para centrarse en la comprensión del problema.

Por ejemplo, propicie la interpretación de problemas que rompan la asociación exclusiva entre las palabras "juntar", "ganar", "más" con la operación de sumar y, también, entre "perder", "quitar", "menos" con la operación de restar.

Goyo **perdió** 2 soles por la mañana y 3 soles por la tarde.
¿Cuántos soles **perdió**?



Perder no siempre indica restar

En la mesa hay 3 cucharas y 5 tazas. Si **junto** una taza
con una cuchara, ¿cuántas tazas estarán sin cuchara?



Juntar no siempre indica sumar

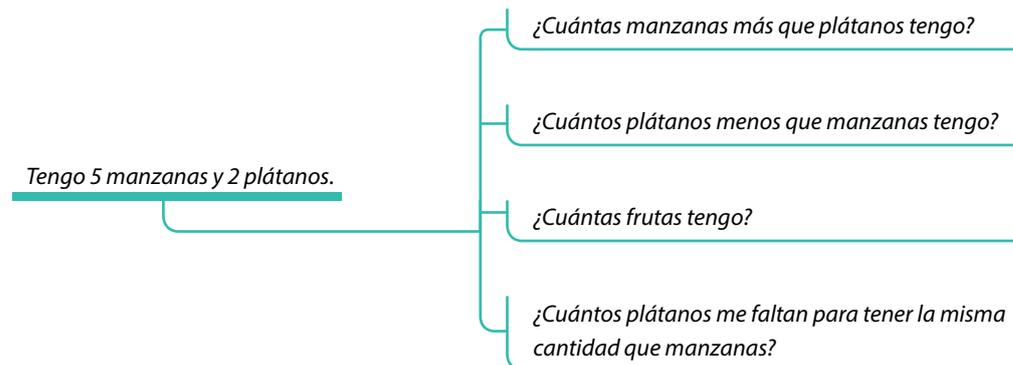
Juan tiene 5 figuritas. Rosa tiene 3 figuritas. ¿Cuántas
figuritas **más** tiene Juan que Rosa?



Más no siempre indica sumar

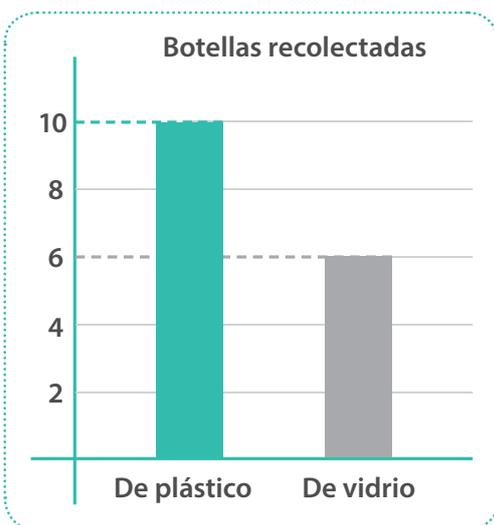
- > Enfrentarse a un problema implica un reto inicial para el estudiante, debido a que desconoce la estrategia de resolución. Por ello, evite trabajar los problemas clasificándolos como problemas de suma o resta.

Por ejemplo, proponga problemas que empleen los mismos datos, pero cuyas preguntas se puedan responder con operaciones de adición o sustracción.



- > Encontrar relaciones en un problema, permite comprenderlo a profundidad. Por ello, presente información en diversos formatos (carteles, tablas, recibos, gráficos estadísticos, etc.) y animelos a formular problemas a partir de ellos. Considere las palabras utilizadas por los estudiantes y tómelas en cuenta para crear nuevos problemas.

Por ejemplo, que los estudiantes formulen diferentes preguntas a partir de un gráfico de barras y que muestren cómo lo solucionan.



- ¿Cuántas botellas recolectaron en total?
- ¿Qué tipo de botellas recolectaron más? ¿Cuántas más?
- ¿Cuántas botellas de vidrio faltan para tener tantas botellas de vidrio como las de plástico?

ANEXO

Matriz de preguntas, indicadores y contenidos

Cuadernillo 1

Ítem	Indicador	Respuesta correcta	Nivel de logro	Contenido asociado
27	Identifica la secuencia numérica que cumple con un patrón dado.	a	En Proceso	Construcción del significado y uso del número y del Sistema de Numeración Decimal en situaciones referidas a agrupar, ordenar, contar y medir.
28	Señala los números mayores o menores respecto de un referente.	c	En Proceso	
33	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de juntar cantidades y formar grupos de 10, sin residuo, presentadas en diversos tipos de texto.	a	Satisfactorio	
37	Expresa números menores que 100 en su representación compacta usual desde su representación gráfica.	b	En Proceso	
39	Expresa números menores que 100 desde su representación gráfica a su notación expresada en decenas.	c	Encima del Satisfactorio**	
40	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de juntar cantidades y formar grupos de 10, con residuo, presentadas en diversos tipos de texto.	a	Satisfactorio	
44	Identifica la agrupación reiterada de 10 unidades a partir de un enunciado de texto.	a	Satisfactorio	
24	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la suma de dos números de dos cifras presentadas en enunciado verbal.	c	En Proceso	Construcción del significado y uso de las operaciones en situaciones referidas a agregar-quitar, juntar-separar, comparar e igualar.
25	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la suma de dos números de dos cifras, presentadas en formato vertical.	b	En Proceso	
26	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la diferencia de dos números de hasta dos cifras, presentadas en enunciado verbal.	b	En Proceso	
29	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "juntar" con información presentada en diversos tipos de texto.	a	En Proceso	
30	Resuelve situaciones aditivas de varias etapas, presentadas en diversos tipos de texto.	b	Satisfactorio	
31	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "igualar" con información presentada en diversos tipos de texto.	c	En Proceso*	
32	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "juntar" con información presentada en tablas de doble entrada.	c	En Proceso	
34	Resuelve situaciones asociadas a una relación directa de doble, triple o mitad de una cantidad, presentadas en diversos tipos de texto.	a	Satisfactorio*	
35	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "comparar", con contradicción en la información, a partir de diferentes tipos de texto.	c	Satisfactorio	
36	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "separar" a partir de información presentada en texto continuo.	b	Satisfactorio	
38	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "quitar" a partir de información presentada en texto continuo.	a	En Proceso	
41	Resuelve situaciones aditivas en acciones de "comparar" a partir de información presentada en texto continuo.	b	Satisfactorio	
42	Resuelve situaciones aditivas de varias etapas, presentadas en diversos tipos de texto.	b	Satisfactorio	
43	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "igualar" a partir de información presentada en diversos tipos de texto.	c	En Proceso	

* El nivel de logro de esta pregunta fue asignado por la complejidad de los procesos involucrados al resolverlo.

** La resolución correcta de esta pregunta no fue considerada como requisito para ubicarse en el Nivel Satisfactorio.

Cuadernillo 2

Ítem	Indicador	Respuesta correcta	Nivel de logro	Contenido asociado
5	Halla el patrón de una secuencia numérica sencilla para completar el término que falta.	c	En Proceso	Construcción del significado y uso del número y del Sistema de Numeración Decimal en situaciones referidas a agrupar, ordenar, contar y medir.
6	Señala el número mayor o menor entre tres cantidades.	a	En Proceso	
8	Expresa números menores que 100 desde su representación gráfica a su notación expresada en decenas.	b	Encima del Satisfactorio**	
9	Expresa la representación no convencional en unidades de orden en números de dos cifras.	c	Satisfactorio	
11	Expresa números menores que 100 desde su representación gráfica a su representación compacta usual.	b	En Proceso	
15	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de juntar cantidades y formar grupos de 10, sin residuo, presentadas en diversos tipos de texto.	a	Satisfactorio	
17	Identifica la agrupación reiterada de 10 unidades a partir de información presentada en diversos tipos de texto.	b	Satisfactorio	
20	Resuelve situaciones vinculadas a la agrupación reiterada de 10 unidades donde debe encontrar la cantidad que le falta para completar una decena más.	a	Satisfactorio	
1	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la suma de dos sumandos de dos cifras, presentadas en formato vertical.	c	En Proceso	Construcción del significado y uso de las operaciones en situaciones referidas a agregar-quitar, juntar-separar, comparar e igualar.
2	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la diferencia de dos números de dos cifras, presentadas en enunciado verbal.	b	En Proceso	
3	Resuelve situaciones aditivas donde se pide hallar la diferencia de dos números de dos cifras, presentadas en formato vertical.	a	En Proceso	
4	Resuelve situaciones aditivas referidas a la suma de dos números de dos cifras, donde se pide hallar uno de los sumandos.	b	En Proceso	
7	Resuelve situaciones aditivas en acciones de "igualar", presentadas con soporte gráfico	c	En Proceso	
10	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "juntar" a partir de información presentada en un soporte gráfico.	a	En Proceso	
12	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "quitar" en la que se pide hallar la cantidad que produce el cambio, presentadas en texto continuo.	b	En Proceso	
13	Resuelve situaciones asociadas a la relación directa de doble, triple o mitad de una cantidad, presentada en diversos tipos de texto.	c	Satisfactorio	
14	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "juntar" a partir de información presentada en tablas de doble entrada.	b	En Proceso	
16	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "quitar", presentadas en texto continuo y con información adicional.	a	Satisfactorio*	
18	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de "separar" a partir de información presentada en enunciado verbal.	a	Satisfactorio	
19	Resuelve situaciones aditivas asociadas a acciones de comparar, presentadas en diversos tipos de texto.	c	Satisfactorio	
21	Resuelve situaciones aditivas de varias etapas, presentadas en diversos tipos de texto.	c	Satisfactorio	

* El nivel de complejidad de esta pregunta fue asignada por la complejidad de los procesos involucrados al resolverlo.

** La resolución correcta de esta pregunta no fue considerada como requisito para ubicarse en el Nivel Satisfactorio. El nivel de complejidad de esta pregunta fue asignada por la complejidad de los procesos involucrados al resolverlo.

INFORMES DE RESULTADOS DE LA ECE 2013

Veamos CÓMO DEBEN DISTRIBUIRSE LOS INFORMES DE LA ECE 2013 enviados a las escuelas evaluadas en segundo grado de primaria.

1

EL DIRECTOR

> Recibirá un paquete de informes en su IE. Deberá **leer y analizar el Informe para la IE.**

¿Cómo rinden nuestros estudiantes en la escuela?



> Deberá **entregar los respectivos informes a los docentes de 2.º y 3.º grado.**



¿Cómo mejorar la Comprensión Lectora de nuestros estudiantes?



¿Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en Matemática?



> Todos los **docentes de primaria** serán convocados por el director para realizar una "Jornada de Reflexión" en la que se **definirán acciones de mejora y compromisos para el logro de los aprendizajes.**

Para realizar esta jornada deberán seguir las indicaciones de esta guía.



2

LOS DOCENTES

> **Establecerán metas para este año**, las cuales registrarán en el papelógrafo de metas educativas.

3

LOS PADRES DE FAMILIA



Conozca los resultados de su hijo.

> Serán convocados por el docente a una reunión y **recibirán los informes de resultados de sus hijos.**



Si usted tiene alguna pregunta, sugerencia o comentario sobre este informe, con mucho gusto lo atenderemos en:
Unidad de Medición de la Calidad Educativa –
Ministerio de Educación
Calle del Comercio N° 193, San Borja. Lima 41, Perú.
Telf. (01) 615-5840
Escribanos a: medicion@minedu.gob.pe

Visítenos en nuestra página web:
<http://umc.minedu.gob.pe>

📌 Búsquenos en facebook



PERÚ

Ministerio de Educación

Secretaría de Planificación Estratégica

Oficina de Planificación Estratégica y Medición de la Calidad Ed.

Unidad de Medición de la Calidad Educativa



PROGRESO PARA TODOS